ACCUEIL

Une approche intuitive du nombre Pi

Malcolm Klepter

26 novembre 2010

« Si vous de dites rien à votre brouillon, votre brouillon ne vous dira rien ! »
Jacques Breuneval, mathématicien, professeur à l'université Aix-Marseille I, 1980

Abstract : On sait que le nombre irrationnel Pi peut être approché de différentes façons par des constructions arithmétiques. Le présent article, écrit par Malcolm Klepter, propose une idée très intéressante et, semble-t-il, inédite : approcher le nombre Pi au moyen des nombres parfaits. Est-ce un hasard sémantique si, comme le suggère l'auteur, la « perfection » du cercle doive correspondre à la « perfection » des nombres ? Ou ce rapport est-il sous-tendu par une nature plus profonde des choses ? En tous cas, cette conviction, qui fait encore aujourd'hui l'objet de débats épistémologiques, voire métaphysique, féconde une méthode de construction du nombre Pi à partir des nombres parfaits (les nombres parfaits font l'objet d'un article dans ce site). La démarche que propose Malcolm paraît fonctionner pour les premiers nombres parfaits. A ce stade, s'il s'avère qu'elle peut se poursuivre jusqu'à des nombres parfaits de rang quelconque, la question intéressante consistera à apporter la démonstration arithmétique formelle de ce fonctionnement. Et la réponse risque d'être très riche d'enseignements car, en arithmétique, beaucoup de théorèmes d'expression apparemment simple mettent en œuvre des outils mathématiques et logiques rapidement sophistiqués.

Une piste de recherche donc, pour ce qu'il convient d'appeler désormais les « suites de Klepter » !

introduction : Frédéric Élie, 8 novembre 2010

1 – Principe de rationalité

Toutes les sciences ne sont possibles que parce qu'il existe une cohérence logique, un certain principe de rationalité au sein de l'être.

C'est à dire que nous ne pouvons connaître les choses que parce qu'elles répondent rigoureusement à des causes bien déterminées.

Ainsi tous phénomènes de l'univers répondent à une explication rationnelle ; les mêmes causes dans les mêmes conditions produisent les mêmes effets.

Par extension nous pouvons dire que toutes figures géométriques répondent à des structures logiques et rationnelles.

2 – Notions élémentaires de géométrie euclidienne

2.1 - Cercle et son diamètre

Nous nous plaçons dans le cadre d'une géométrie Euclidienne, dans un espace plane à 2 dimensions où la somme des angles d'un triangle est strictement égale à 180 °.

Prenons un point A. L'ensemble de tous les points situés à égale distance du point A forme ce que l'on appelle un cercle.

La longueur de cet ensemble de points situés à égale distance du point A forme le périmètre du cercle ayant le point A pour centre.

La plus grande distance entre deux points appartenant au cercle est un segment de droite passant par le centre du cercle que nous appelons diamètre.

2.2 - Cercle parfait

Par extension si nous nous plaçons dans un espace à 3 dimensions l'ensemble des points situés à égale distance d'un point A est ce que nous pouvons appeler un "cercle parfait" plus communément une sphère qui est l'ensemble donc de tous les cercles de même diamètre et de même centre.

Nous pouvons remarquer que tous les points d'une sphère par rotation autour de son centre sont exactement les mêmes points ; ainsi une sphère est une figure géométrique parfaite ou un "cercle parfait".

2.3 - Définition de Pi

Ainsi le nombre Pi est cette valeur constante entre le périmètre d'un cercle, la longueur de l'ensemble de ses points, et son diamètre.

3 – Nombres parfaits

3.1 - Définition

En Mathématique on appelle un ***nombre parfait*** un nombre qui est égal à la somme de ses diviseurs excepté lui même (voir article « les nombres parfaits »).

■ *Exemple :*

Prenons le nombre 6. L'ensemble des diviseurs du nombre 6 : nous avons 6 ; 3 ; 2 ; 1.

L'ensemble des diviseurs du nombre 6 excepté lui même : nous avons donc 3 ; 2 ; 1.

Et nous voyons que 3+2+1 = 6

C'est à dire que la somme des diviseurs du nombre 6 excepté lui même est égal à 6 c'est donc un nombre parfait.

3.2 - Propriété particulière

La somme des inverses des diviseurs d'un nombre parfait vaut 2:

6 : (1 / 6) + (1 / 3) + (1 / 2) + (1 / 1) = 2;

28 : (1 / 28) + (1 / 14) + (1 / 7) + (1 / 4) + (1 / 2) + (1 / 1) = 2

3.3 - Les 7 premiers nombres parfaits

6 ; 28 ; 496 ; 8128 ; 33550336 ; 8589869056 ; 137438691328 ....

4 – PI et les nombres parfaits

Prenons la suite ordonnée des nombres parfaits S(p) au n-ième rang composée de q chiffres.

Ainsi la valeur rapprochée de Pi à n décimales est égal au rapport de la suite ordonnée des nombres parfaits à n rang par $2 \times 10^{n-1}$.

■ *Exemple 1 :*

Suite ordonnée des 2 premiers nombres parfaits : (6 ; 28). On a ainsi S(p) = 628.

n= 3 (6 ; 2 ; et 8 soit 3 chiffres)

On calcule :

$$P=\frac{628}{2.10^{n-1}}=\frac{628}{2.10^{2}}=3{,}14$$

Ainsi, à cet ordre, P commence comme Pi.

■ *Exemple 2 :*

Suite ordonnée des 3 premiers nombres parfaits : (6 ; 28 ; 496). On a ainsi S(p) = 628496.

n= 6 (6 ; 2 ; 8 ; 4 ; 9 et 6 ; soit 6 chiffres)

On calcule :

$$P=\frac{628496}{2.10^{n-1}}=\frac{628496}{2.10^{5}}=3{,}14248$$

Le nombre P est encore proche de Pi avec des décimales supplémentaires (le nombre de chiffres significatifs est d’ailleurs égal à 6, c’est-à-dire n).

4 - Conclusion

Dans cette approche intuitive du nombre Pi nous avons voulu montrer que celui-ci est en relation avec la suite des nombres parfaits mais surtout qu'au sein de l'univers rien n'est le fruit d'un "désordre mathématique".

Bien au contraire tout répond à une logique et un ordre prédéterminés.