



Frédéric Elie on
ResearchGate

Balistique intérieure

Frédéric Élie

créé le: 31/03/2004

modifié le: 21 mars 2011

(suite aux remarques sur le bilan d'énergie de Mr Adrien Le Bel, que je remercie)

CopyrightFrance.com

La reproduction des articles, images ou graphiques de ce site, pour usage collectif, y compris dans le cadre des études scolaires et supérieures, est INTERDITE. Seuls sont autorisés les extraits, pour exemple ou illustration, à la seule condition de mentionner clairement l'auteur et la référence de l'article.

« Si vous ne dites rien à votre brouillon, votre brouillon ne vous dira rien ! »

Jacques Breuneval, mathématicien, professeur à l'université Aix-Marseille I, 1980

Abstract : Lorsque l'on tire un projectile dans le but d'atteindre une cible, sa trajectoire va dépendre des conditions extérieures et de la vitesse initiale du lancement: c'est la balistique extérieure. Mais cette vitesse initiale est obtenue par les phénomènes qui se développent dans la chambre de combustion et le tube du canon: les connaître constitue la balistique intérieure. Parmi eux la température du projectile peut avoir une influence non négligeable: c'est pourquoi, dans les exercices de tir, l'emploi des munitions "chaudes" ou "froides" est pris en compte pour ajuster les paramètres du tir. Dans cet article je présente les principaux aspects de la balistique intérieure, sans entrer dans les détails techniques qui sont généralement très complexes et relèvent d'un savoir-faire généralement maintenu confidentiel...

SOMMAIRE

- 1 - Les différentes propriétés physiques qui influencent la vitesse d'éjection d'un projectile à la sortie du canon
 - 2 - Équations du mouvement du projectile dans l'âme
 - 2-1 - *Bilan des forces exercées sur le projectile*
 - 2-2 - *Bilan d'énergie*
 - 2-3 - *Taux de combustion*
 - 3 - Quelques modèles
 - 3-1 - *Modèle de détermination de la vitesse de tir en considérant le mouvement seulement après la fin de la combustion*
 - 3-2 - *Détermination de la vitesse de tir par le modèle de la combustion instantanée*
 - 3-3 - *Détermination de la vitesse de tir avec le modèle de la combustion constante*
 - 3-4 - *Théorie de Weigel*
 - 3-5 - *Modèle et tables de Heidenreich*
 - 4 - Importance du rôle du calibre et de la vitesse du tir en investigations balistiques
 - 4-1 - *Définitions du calibre d'une arme*
 - 4-2 - *Notions sur les pouvoirs de pénétration*
- Bibliographie

1 - Les différentes propriétés physiques qui influencent la vitesse d'éjection d'un projectile à la sortie du canon

Dans tout ce qui suit on se réfère à un système de tir (canon, fusil, pistolet, revolver...) d'une

géométrie du type de celle de la figure ci-jointe, à savoir :

- L'axe Ox du tireur est orienté dans le sens du tir, l'origine O coïncidant avec la position du culot du projectile avant le tir, la bouche du canon étant située à l'abscisse $x = L$
- Le tube est fermé à l'arrière par une culasse, paroi rigide et suffisamment solide pour absorber les contraintes très élevées générées lors de l'inflammation de la poudre
- Le culot n'est évidemment pas plaqué contre la culasse, il laisse à l'arrière un espace, appelé chambre de combustion, de volume V_c . C'est dans ce volume que la poudre, de masse initiale m , portée à une température suffisante par un mécanisme adéquat (percussion par exemple), déclenche la combustion accompagnée d'une élévation de la pression qui va propulser le projectile dans le tube du canon.
- Le projectile est supposé être un solide indéformable de masse M et axisymétrique, de diamètre "a" (à partir duquel on définit le calibre de l'arme); bien entendu le diamètre du canon est légèrement plus grand que celui du projectile, mais on va supposer ici qu'il lui est égal de sorte que les gaz en combustion situés à l'arrière du projectile ne communiquent pas avec l'espace situé à l'avant de celui-ci (cette hypothèse est importante pour pouvoir définir les grandeurs d'avancement que l'on va voir, sans trop de difficultés).
- Lorsque le projectile progresse à l'intérieur du tube il laisse derrière lui un volume V' qui augmente avec le temps. Or la pression qui règne en amont du projectile s'étend à tout l'espace situé à l'arrière du culot, donc à l'ensemble des volumes de la chambre V_c et du volume libéré V' , c'est-à-dire $(V_c + V')$. La position du culot au cours du temps étant repérée par son abscisse x , le volume libéré dépend de x : $V' = V'(x)$ donc du temps. Si l'on suppose que la pression maximale $P_{\max}$ n'existe qu'au moment du déclenchement de la combustion, la poudre étant encore confinée dans le volume initial V_c , et si l'on considère que, après la mise en mouvement du projectile, la pression P est liée au volume total $(V_c + V')$ par la loi des gaz parfaits, la température étant supposée constante, alors on a de manière très approximative:

$$P_{\max}/P = (V_c + V')/V_c$$

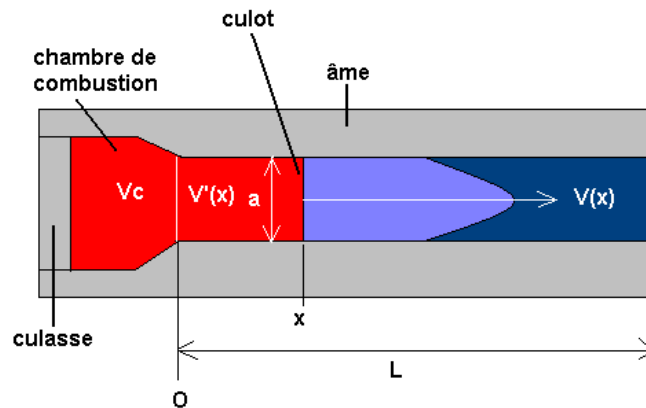
bien qu'en réalité fausse (car ni la loi des gaz parfaits ne s'applique, ni la pression maximale n'est atteinte dès le début), cette relation suggère de prendre comme variable du problème le "coefficient d'expansion":

$$X = (V_c + V'(x)) / V_c$$

comme la section du tube est $S = \pi a^2/4$, le volume libéré au cours du temps est directement relié à l'abscisse et au calibre: $V'(x) = Sx$, le coefficient d'expansion est donc:

$$X = 1 + \pi a^2 x / 4 V_c$$

- Le canon (ou âme) est supposé présenter des rayures hélicoïdales internes de pas angulaire θ destinées à imprimer au projectile un mouvement de rotation autour de son axe au cours de sa translation. Ce procédé sert à stabiliser l'axe du projectile lors de son vol une fois qu'il a quitté l'embouchure. Sans ce procédé le projectile présenterait des mouvements de tangage et de lacet et les effets perturbateurs de la résistance de l'air seraient plus importants et plus fluctuants. Mais on sait que ces mouvements de rotation générés par les rayures sont responsables du phénomène de déviation du projectile que l'on sait parfaitement prédire. L'existence d'une rotation du projectile à l'intérieur de l'âme oblige à prendre en compte son moment d'inertie par rapport à son axe $J = 1/8 Ma^2$ dans les équations du mouvement. La plupart des armes sont rayées à droite avec un pas angulaire n'excédant pas 15° .



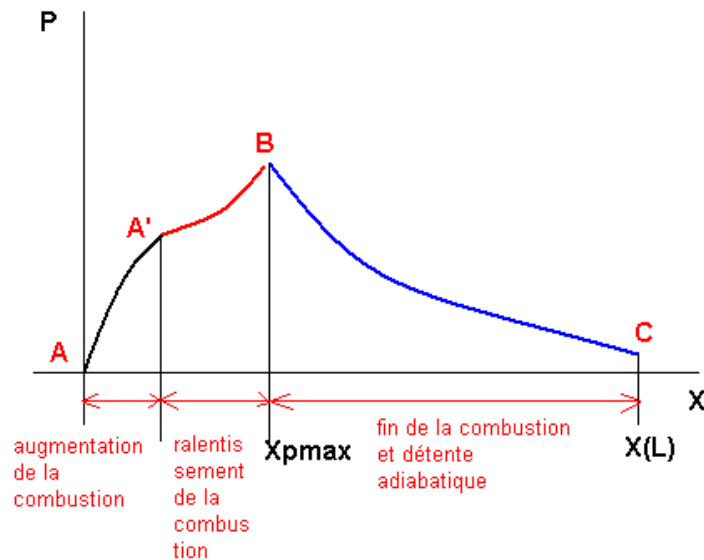
Les phénomènes qui vont agir sur le mouvement du projectile dans l'âme jusqu'à sa sortie qui a lieu en $x = L$, donc sur la vitesse de tir v_0 à l'embouchure, sont principalement de nature thermique :

- La température initiale de la chambre va déclencher la combustion de la poudre et sera responsable d'un accroissement rapide de la pression du gaz.
- Le gaz en question est un mélange de l'air initialement présent dans la chambre et des produits de combustion de la poudre, la pression et le taux de combustion de la poudre seront donc liés.
- Le projectile va se mettre en mouvement sous l'action de la poussée et, au cours de sa progression dans l'âme, il sera soumis aux forces extérieures qui sont d'une part la poussée, évoluant avec le temps, et d'autre part les résistances de frottement contre la paroi.
- En avançant dans l'âme, le projectile laisse derrière lui un volume qui devient de plus en plus grand ($V_c + V'$) comme on l'a vu, cet avancement étant décrit par le coefficient d'expansion X .

Le volume augmentant, on devrait s'attendre à une diminution de la pression amont lorsque X augmente. En réalité, il existe d'abord une phase de croissance de la pression entre le début de la combustion et le moment où cette combustion s'affaiblit du fait, précisément, que le volume disponible est plus grand: c'est la zone AA'B de la courbe ci-jointe donnant l'allure de l'évolution de la pression P avec X . Au point B de cette courbe la pression est maximale $P_{\max}$ pour un coefficient d'expansion $X_{p\max}$. Puis, toute la poudre est brûlée, la combustion est achevée et dans ce cas, les seules forces qui agissent sur le projectile est sa force d'inertie et celle de frottement: le volume de gaz continue d'augmenter mais sans échange de chaleur, on est dans la phase de détente adiabatique jusqu'à la sortie $x = L$ (zone BC). Dans cette phase la pression est reliée au volume, donc au coefficient d'expansion, par la relation isentropique:

$$PV^\gamma = \text{cste} \rightarrow PX^\gamma = \text{cste} = K$$

où $\gamma = c_p / c_v$ est le rapport des capacités calorifiques du gaz à pression constante et à volume constant (il vaut 1,4 à température normale pour les gaz parfaits, mais aux pressions élevées il varie avec la température et descend à 1,1 en balistique intérieure).



- En reliant l'accélération du projectile, selon la loi de Newton, aux forces appliquées, et en calculant l'une d'elles, la poussée, en fonction de la pression qui est elle-même fonction du taux de combustion de la poudre, on parvient à écrire les équations fondamentales de la balistique intérieure. Plus précisément on obtient trois équations qui relient les trois inconnues du problème: la pression P , le taux de combustion " r " et le coefficient d'expansion X .
- Pour autant, la résolution de ces équations pour obtenir des modèles de prévision n'est pas toujours aisée: selon les hypothèses physiques adoptées pour les conditions aux limites, on obtiendra des modèles quelquefois substantiellement différents. Il n'est pas question de tous les aborder, je citerai seulement le modèle "adiabatique", le modèle "à combustion instantanée", le modèle "à combustion constante" et, pour mémoire, le **modèle de Heidenreich** avec un extrait de ses tables. Tous ces modèles ont pour but et permettent de prévoir quelle sera la vitesse d'éjection v_0 du projectile à sa sortie de l'âme. Et puisque cette vitesse, par l'intermédiaire des grandeurs mentionnées ci-dessus, dépend de la température initiale dans la chambre, on comprend pourquoi l'emploi de munitions chaudes ou froides conditionne les paramètres de tir.

2 - Équations du mouvement du projectile dans l'âme

2-1 - Bilan des forces exercées sur le projectile

Il va permettre de trouver une relation entre l'évolution du coefficient d'expansion et la pression. Les forces extérieures appliquées au projectile sont la force de poussée F et la force de résistance - R . L'accélération est la combinaison de l'accélération de la seule translation le long de l'axe, dv/dt , et de l'accélération due aux rayures $4J/a^2 \cdot \tan^2 \theta \cdot dv/dt$.

La force de poussée est $F = PS = P\pi a^2/4$, la force de frottement, causée principalement lors de la rotation du projectile contre la paroi cylindrique, est $R = - 4J/a^2 \tan \theta \tan \varphi \cdot dv/dt$, où $\tan \varphi$ représente le coefficient de frottement (formule de Coulomb).

Ecrivant la **loi de Newton**: $M \cdot dv/dt + 4J/a^2 \cdot \tan^2 \theta \cdot dv/dt = F - R$, on obtient finalement:

$$\text{force de poussée} = F = P\pi a^2/4 = M' d^2x/dt^2$$

où M' désigne la masse apparente du projectile résultant des effets cités auparavant:

$$M' = M(1 + 4J/Ma^2 \cdot (\tan^2 \theta + \tan \theta \tan \varphi))$$

La définition du coefficient d'expansion introduite précédemment montre que l'on a alors le lien entre son évolution et la pression:

$$P = (16M^2V_c/\pi^2 a^4) d^2X / dt^2 \quad (1)$$

2-2 - Bilan d'énergie

Par le bilan d'énergie, ou équation du travail, on va obtenir une relation supplémentaire entre la pression du gaz P , le taux de combustion de la poudre r , et le coefficient d'expansion X . En effet:

Si m est la masse initiale de poudre, la masse transformée en gaz lors de la combustion est par définition: mr . Soit T la température à un instant t quelconque après le déclenchement de la combustion dans le volume situé à l'arrière du culot, et T' la température maximale d'équilibre de la combustion. Lorsqu'une fraction de poudre mr s'est transformée en gaz dans la chambre, la totalité du gaz dans celle-ci ne peut pas obéir à la loi des gaz parfaits à cause des pressions très élevées qui y règnent, mais suit une loi proche de celle de Van der Waals puisqu'il faut tenir compte du covolume bmr issu de cette transformation (b : coefficient constant):

$$P(V - bmr) = mr(R/M)T$$

où R constante des gaz parfaits, M masse d'une mole de gaz (mr/M est donc le nombre de moles du gaz), V volume total du mélange gazeux ($V = V_c + V' = XV_c$).

Pour établir le bilan énergétique dans l'ensemble chambre + âme, appliquons le Premier Principe de la Thermodynamique: la variation de l'énergie interne ΔU du système supposé isolé est égale à la variation de la quantité de chaleur Q et du travail mécanique W :

$$\Delta U = Q + W$$

Or la variation de l'énergie interne dépend seulement de la température si le gaz est parfait, hypothèse que l'on adopte ici de façon approchée bien que, par suite des pressions importantes qui se développent dans la chambre et l'âme, le mélange gazeux n'est pas un gaz parfait en toute rigueur. Sous cette hypothèse, on sait alors que la variation de U , pour une masse de gaz mr provenant de la poudre brûlée (on néglige le volume initial d'air !) s'écrit:

$$\Delta U = mrc_v (T' - T)$$

Mais, pour un gaz parfait les capacités calorifiques vérifient la relation de Mayer:

$$c_p - c_v = R$$

on peut donc exprimer la variation de l'énergie interne comme suit:

$$\Delta U = mrR/(\gamma - 1).(T' - T)$$

La température finale T' obtenue dépend de la capacité de la poudre à augmenter la température du milieu où elle se trouve: pour caractériser cela on introduit la "force de la poudre" $f = (R/M)T'$ qui est une donnée connue de la poudre (elle a les dimensions d'une énergie par unité de masse: J/kg). Quant à la température T , prise en un instant compris entre le déclenchement de la combustion et la fin, elle s'exprime en fonction du volume de gaz V situé entre le culot et la culasse, et de la pression P , via l'équation d'état:

$$T = P(V - bmr)/(mrR/M)$$

mais le volume V est celui de l'espace défini à l'arrière du culot ($V_c + V' = XV_c$) moins le volume du résidu de poudre non brûlée, donc si ρ est la masse volumique de la poudre, on a:

$$V = XV_c - (m - mr)/\rho$$

la variation de l'énergie interne s'écrit finalement:

$$\Delta U/M = fmr/(\gamma - 1) - P/(\gamma - 1) \cdot [XV_c - bmr - m(1 - r)/\rho]$$

Par ailleurs, bien que ce ne soit rigoureusement pas exact (comme on l'a vu plus haut), on admet aussi que l'évolution du système s'effectue de manière adiabatique. Dans ce cas il n'y a plus de variation de la quantité de chaleur: $Q = 0$. Par conséquent, il reste que la variation de l'énergie interne est égale au travail mécanique dû à la poussée:

$$\Delta U = W = \int PdV = Vc \int_{X \geq 1} PdX$$

en définitive, en plus de l'équation (1), on obtient une nouvelle équation reliant la pression P au taux de combustion r et au coefficient d'expansion X :

$$Vc/M \int_{X \geq 1} PdX = fmr/(\gamma - 1) - P(X)/(\gamma - 1) \cdot [XV_c - bmr - m(1 - r)/\rho] \quad (2)$$

2-3 - Taux de combustion

Pour fermer le problème, il reste à trouver une relation entre la pression et le taux de combustion. Les théories, faisant appel à la thermochimie, sont assez complexes. Parmi elles on distingue les cas où:

- La combustion de la poudre s'effectue en couches successives et sans trous, autrement dit elle provoque la régression de la surface externe de la poudre au cours de la déflagration. Dans ce cas la vitesse de combustion dr/dt de la poudre est proportionnelle à la vitesse de régression dz/dt des couches de la surface d'épaisseur z suivant une direction normale à celles-ci:

$$\begin{aligned} \text{débit massique} &= m \, dr/dt = \rho \, S \, dz/dt \\ & \text{(S aire de la surface externe des couches de poudre)} \end{aligned}$$

on montre alors que l'influence de la pression P sur la vitesse de combustion suit une loi du type:

$$\begin{aligned} dz/dt &= A + BP^n = (m/\rho \, S) \, dr/dt \\ & \text{(où l'exposant } n \text{ est compris entre 0 et 1, A et B sont des constantes)} \end{aligned}$$

mais, toujours sous les mêmes hypothèses d'une combustion par couches homogènes, on montre aussi que la vitesse de combustion est d'autant plus élevée que la température initiale T_0 qui règne dans la chambre est plus proche de la température d'inflammation T_i à partir de laquelle la combustion est amorcée:

$$\begin{aligned} dz/dt &= C/(T_i - T_0) = (m/\rho \, S) \, dr/dt \\ & \text{(C: constante qui dépend de la pression)} \end{aligned}$$

La prise en compte simultanée de ces deux dépendances conduit à un taux de combustion de la forme:

$$dr/dt = (k\rho \, S/m) (A + BP^n)/(T_i - T_0) \quad (k: \text{constante}) \quad (3)$$

ce modèle montre le rôle important que joue la température initiale dans la chambre, donc de la munition avec laquelle elle est en contact, dans la vitesse de combustion, et par conséquent dans la vitesse d'éjection du projectile, comme je l'avais dit auparavant. Si la température de la

munition est élevée (munition chaude), on doit s'attendre à une vitesse de tir plus importante. On sait (voir [article balistique extérieure](#)) que pour une même cible située à une distance fixe du tireur, une vitesse de tir v'_0 supérieure à une autre v_0 nécessite un abaissement de l'angle de site φ' telle que:

$$\sin 2\varphi' = \sin 2\varphi (v_0/v'_0)^2$$

donc l'emploi de munitions chaudes implique un abaissement de la hausse par rapport à celui des munitions froides, du moins dans le cas très simple où la résistance de l'air est négligeable... Quel intérêt, me direz-vous? eh bien, par exemple, pour viser une cible située derrière un obstacle il faut utiliser un angle de tir élevé, donc une vitesse plus faible que dans le cas où la cible est visible: l'emploi de munitions chaudes permet, pour un même volume de poudre, une vitesse plus élevée, donc un temps plus rapide pour atteindre la cible, tout en abaissant la hausse dans les limites de la hauteur de l'obstacle, ce qui minimise le trajet et donc l'influence des effets perturbateurs comme ceux du vent ou de la résistance de l'air...

- Des théories plus fines prévoient une relation entre la pression et le taux de combustion du type:

$$dr/dt = Af(r)P^n$$

ou encore, dans le cas où la granulométrie de la poudre doit être prise en compte, et a pour effet une combustion non simultanée des grains d'une même surface externe:

$$dr/dt = A f_1(r) f_2(P)$$

3 - Quelques modèles

La résolution générale des équations (1), (2), (3) pour obtenir P, r et X en fonction du temps n'est pas immédiate et il faut recourir à des hypothèses physiques de fermeture plus ou moins représentatives des réalités expérimentales. J'en présente quatre ci-après.

3-1 - Modèle de détermination de la vitesse de tir en considérant le mouvement seulement après la fin de la combustion

On considère que le mouvement du projectile dans l'âme n'a lieu qu'une fois la combustion de la poudre achevée, on a donc comme condition initiale: $r = 1$, et la modélisation du taux de combustion n'est plus une préoccupation. Cette supposition n'est admissible que si la combustion est très rapide, comme cela peut être le cas, par exemple, de munitions chaudes. Les seules équations à considérer sont la (1) et la relation adiabatique:

$$P = (16M^2V_c/\pi^2 a^4) d^2X / dt^2, \text{ et } PX^\gamma = \text{cste} = K = P_0 X_0^\gamma$$

où P_0 et X_0 sont la pression et le coefficient d'expansion en fin de combustion. L'élimination de P entre ces deux équations aboutit à l'équation d'évolution de l'expansion:

$$(dX/dt)^2 = (K\pi^2 a^4/8M^2 V_c (1 - \gamma))(X^{1-\gamma} + K')$$

K' étant une constante négative définie par les conditions initiales. Pour trouver la vitesse, on utilise la relation évidente entre $v = dx/dt$ et X:

$$dX/dt = (\pi a^2/4V_c) v$$

son remplacement dans la relation précédente donne:

$$v^2 = (2KV_c/M'(1 - \gamma)) (X^{1-\gamma} + K')$$

comme à la sortie du tube on a $X(L) = 1 + \pi a^2 L / 4V_c$ la vitesse de tir v_0 est donnée par:

$$v_0^2 = (2KV_c/M'(1 - \gamma)) [K' + (1 + \pi a^2 L / 4V_c)^{1-\gamma}] \quad (4)$$

3-2 - Détermination de la vitesse de tir par le modèle de la combustion instantanée

Dans ce modèle, contrairement à ce qui a été présenté plus haut à propos de l'existence d'une phase d'augmentation de la pression lors de la combustion, on suppose que, dès la mise à feu, la pression diminue lorsque le volume augmente suivant la loi adiabatique, donc que $P = P_{\max}$ à l'instant de l'inflammation (donc $X_{p\max} = 0$):

$$PX^\gamma = \text{cste} = P_0 = K$$

(en fin de combustion, $X = 1$, puisqu'on suppose que le parcours a lieu pendant elle)

la constante K' qui intervient dans la relation (4) ci-dessus est choisie telle que la vitesse du piston (surface du culot) s'annule lorsque $X = 1$: physiquement, cela ne signifie pas qu'il n'y a pas de vitesse d'éjection du projectile en $x = L$, mais qu'en ce point la détente du gaz n'a plus pour effet de continuer de pousser le culot. On a donc $K' = -1$. Il vient donc:

$$v_0^2 = (2P_0V_c/M'(1 - \gamma)) [(1 + \pi a^2 L / 4V_c)^{1-\gamma} - 1] \quad (5)$$

La pression en fin de combustion P_0 peut être calculée par la **formule de Noble et Abel**:

$$P_0 = fmr/V_c \quad (5\text{bis})$$

où l'on a évidemment ici $r \approx 1$.

Exemple : soit une poudre de masse molaire 101 g/mol et supposons une température de fin de combustion $T' = 2000^\circ\text{C}$ (à ces températures $\gamma = 1,1$), sa force est alors $f = 142161 \text{ J/kg}$ (constante des gaz $R = 8,314 \text{ J/mol/kg}$). Avec $V_c = 442 \text{ cm}^3$, $m = 200\text{g}$, $M = 500\text{g}$, $a = 7,5 \text{ cm}$ et $L = 1,20 \text{ m}$ on trouve $P_0 = 643 \text{ bars}$ et $v_0 = 507 \text{ m/s}$.

Remarque : si l'on veut faire le lien avec l'influence de la température initiale de la munition, il suffit de remarquer que cette température intervient à travers la pression finale P_0 dans la relation (5) compte tenu de la relation (5bis) où r est inversement proportionnel à l'écart entre la température d'inflammation de la poudre et la température de la munition, comme on l'a vu plus haut. Pour s'en convaincre de manière très heuristique, convenons que dans la relation (3) la constante A est négligeable (r ne dépend alors plus que de l'écart des températures), sa valeur finale r_0 s'exprime alors simplement avec la durée t_0 de la course du projectile à l'intérieur de l'âme:

$$r_0 \approx (k_p SA/m) t_0 / (T_i - T_0)$$

réinjecté dans la relation (5) cela donne une vitesse de sortie dont le carré est proportionnel à: $t_0 / (T_i - T_0)$.

Si on recommence le tir avec une munition de température initiale $T_0' > T_0$, la nouvelle vitesse sera telle que: $v_0'^2 = v_0^2 (t_0'/t_0)(T_i - T_0)/(T_i - T_0')$. Admettons que le temps du parcours est celui que le projectile a mis pour parcourir la longueur L du canon avec une vitesse sensiblement

égale à la vitesse de sortie: $t_0 = L/v_0$. On a alors:

$$v_0'^3 = v_0^3 (T_i - T_0)/(T_i - T_0')$$

une réduction de l'écart des températures de la munition et de la température d'inflammation conduit bien à une augmentation de la vitesse, par exemple une réduction de 50% entraîne un gain de 14% sur la vitesse.

3-3 - Détermination de la vitesse de tir avec le modèle de la combustion constante

Dans cette hypothèse on suppose que la vitesse de combustion est constante du début jusqu'à la fin de la combustion:

$$dr/dt = \text{cste} = Q$$

(1) et (2) donnent alors:

$$V_c \int_{X \geq 1} P dX = f m Q t / (\gamma - 1) - P / (\gamma - 1) \cdot [X V_c - m(b Q t + (1 - Q t) / \rho)]$$

$$P = (16 M' V_c / \pi^2 a^4) d^2 X / dt^2$$

d'où on obtient P et X en fin de combustion, et donc v_0^2 . Sans entrer dans des détails de calculs voici des résultats théoriques et expérimentaux obtenus pour plusieurs calibres d'armes (d'après Cranz), pour une même variété de poudre:

calibre a (mm)	v_0 calculée (m/s)	v_0 mesurée (m/s)
120 LONG	467,4	470
155 SHORT	297,4	295
155 SHORT	457,4	460
220 mortier	226,7	230
270 mortier	285,4	288

3-4 - Théorie de Weigel

Dans les équations (4) ou (5), la vitesse de tir est de la forme:

$$v_0 = (f m / M')^{1/2} g(a, L)$$

faisant apparaître $f^{1/2}$ qui s'appelle alors progressivité de la poudre et une fonction $g(a, L)$ des propriétés géométriques de l'âme. En utilisant d'autres hypothèses thermochimiques, **Weigel** obtient une expression du même type mais avec pour fonction $g(a, L) = (L/a)^{1/4}$.

3-5 - Modèle et tables de Heidenreich

Ce modèle est très pratique pour calculer les grandeurs intermédiaires dans l'âme du canon si l'on a auparavant mesuré la vitesse de tir : c'est le problème inverse de ce que l'on a vu jusqu'à présent. Il permet de s'affranchir des calculs de résolution des équations (1), (2) et (3) aux étapes intermédiaires et initiales grâce à des tables utilisées comme suit:

- Il faut d'abord définir la "pression moyenne" dans le tube P_m : c'est la pression pour laquelle on a la moitié de poudre brûlée c'est-à-dire $r = 1/2$. On l'obtient en évaluant que le travail mécanique de poussée moyenne est égal à l'énergie cinétique du projectile et du gaz de poudre brûlée dans tout le tube:

$$P_m V \approx 1/2 (M + m/2) v_0^2, \text{ d'où: } P_m \approx 1/2 (M + m/2) v_0^2 / SL$$

(puisque $V = SL$ avec S section de l'âme)

• Puis on cherche à remonter aux grandeurs correspondants à la pression maximale $P_{\max}$, et à celles liées à la sortie du tube au moyen des modèles suivants où les coefficients A, B, C, D, F sont données par les tables:

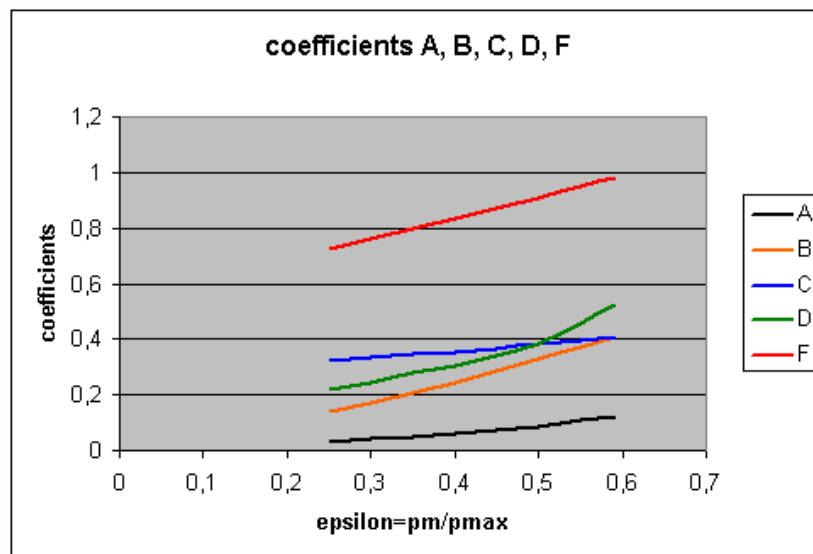
- abscisse du point de pression maximale: $x_{p\max} \text{ (mm)} = AL \text{ (L en mm)}$
- temps mis par le culot pour se déplacer de $x = 0$ à $x_{p\max}$: $t_{p\max} \text{ (ms)} = B \, 2L/v_0 \text{ (L/v}_0 \text{ en ms)}$
- vitesse du culot en $x_{p\max}$: $v_{p\max} \text{ (m/s)} = C \, v_0 \text{ (v}_0 \text{ en m/s)}$
- pression lorsque $x = L$ (au moment de l'éjection): $P_0 = D \, P_m \text{ (en bars)}$
- temps du parcours dans l'âme: $t_0 \text{ (ms)} = F \, 2L/v_0 \text{ (ms)}$

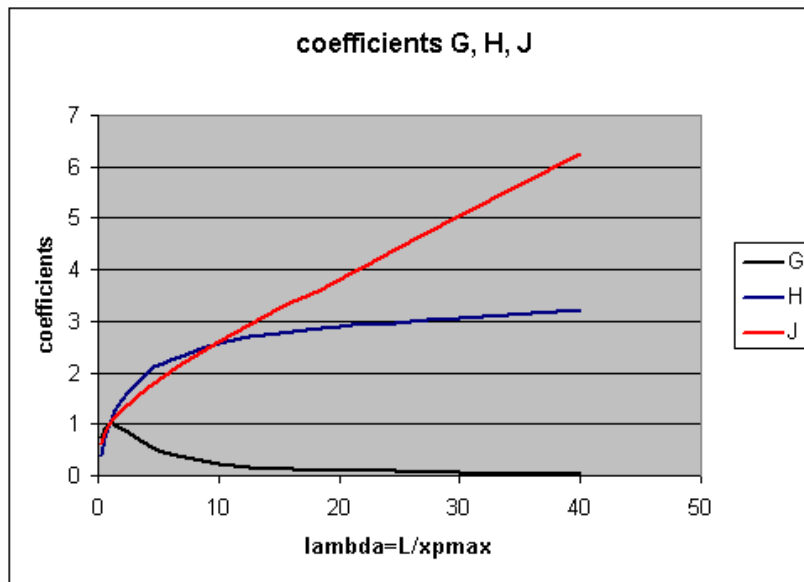
Le choix des coefficients A, B, C, D, F nécessite le calcul du paramètre $\varepsilon = P_m/P_{\max}$, et les tables les donnent en fonction de ce paramètre.

• Enfin, pour déduire les grandeurs en un point x du tube situé entre l'origine (point de départ du culot) et l'extrémité du tube, $x = L$, on calcule le paramètre $\lambda = x/x_{p\max}$ en fonction duquel sont donnés dans les tables les coefficients G, H, J qui interviennent dans les modèles suivants:

- pression en x : $P(x) = G \, P_{\max}$
- vitesse du culot en x : $v(x) = H \, v_{p\max}$
- temps pour parcourir la distance x depuis l'origine: $t(x) = J \, t_{p\max}$

A partir des tables de Heidenreich j'ai représenté ces coefficients dans les graphiques ci-dessous:





Exemple d'utilisation des courbes:

Soit une arme calibre 38 ACP (voir signification plus loin...) qui correspond à un calibre réel d'environ $a = 9\text{ mm}$. On utilise une balle de masse $M = 10,2\text{ g}$ et une quantité de poudre $m = 0,26\text{ g}$. La longueur du canon est $L = 12,3\text{ cm}$. Les mesures de la vitesse de tir et de la pression maximale ont donné: $v_0 = 265\text{ m/s}$ et $P_{\text{max}} = 1600\text{ bars}$. On veut connaître par exemple la pression au niveau de l'éjection de la balle, il faut donc déterminer le coefficient D de Heindenreich. Pour cela, calculons d'abord la pression moyenne

$$P_m \approx 1/2 (M + m/2)v_0^2/SL = 1/2(0,0102 + 0,00026/2) \times 265^2 / (\pi 0,009^2/4 \times 0,123) \\ = 4,70 \cdot 10^7 \text{ Pa} = 470 \text{ bars}$$

puis on calcule $\varepsilon = P_m/P_{\text{max}} = 470/1600 = 0,29$ qui correspond, sur la courbe D, à $D = 0,23$ environ, ce qui donne:

$$P_0 = D P_m = 0,23 \times 470 = 108,1 \text{ bars à la sortie, valeur bien plus faible que celle de la pression maximale!}$$

Remarque:

Si l'on connaît la pression maximale on peut déduire la vitesse d'éjection des gaz à la sortie du canon, qui est différente de la vitesse d'éjection du projectile. En effet, appliquons l'équation de Hugoniot (qui généralise l'équation de Bernoulli aux fluides compressibles) entre le point de pression maximale (où la vitesse d'écoulement du gaz est supposée nulle) et le point de sortie du tube où la pression est évidemment P_0 et la vitesse du gaz v_g :

$$1/2 v_g^2 + \gamma/(\gamma - 1) P_0/\rho_0 = \gamma/(\gamma - 1) P_{\text{max}}/\rho_{\text{max}}$$

or la masse volumique est $\rho_0 = m/V_0$ au point d'éjection et $\rho_{\text{max}} \approx m/V_c$ au point de pression maximale, d'où:

$$v_g^2 = 2\gamma/(\gamma - 1) \cdot [P_{\text{max}} V_c/m - P_0 V_0/m]$$

et considérant que la pression près de la sortie est faible devant P_{max} , on a finalement:

$$v_g \approx [2\gamma/(\gamma - 1) \cdot P_{\text{max}} V_c/m]^{1/2}$$

Il semble paradoxal que plus la masse de poudre est faible plus grande est la vitesse d'éjection des gaz. C'est oublier que ce qui intervient en fait est l'inverse de la densité de la poudre transformée en gaz: même si la masse de poudre est importante on a intérêt à utiliser une chambre de combustion relativement vaste que son gaz pourra occuper et générer un écoulement sous l'action d'une pression maximale élevée.

4 - Importance du rôle du calibre et de la vitesse du tir en investigations balistiques

Il existe de multiples raisons de s'intéresser aux calibres et aux vitesses du tir d'un projectile, tant la corrélation entre ces deux grandeurs est forte, comme l'ont montré les quelques approches théoriques ci-dessus. Parmi ces raisons j'en vois une qui consiste à mettre en rapport la pénétration d'un projectile (balle, obus) dans un obstacle (généralement une cible) et ces grandeurs, l'intérêt étant par exemple qu'à partir du relevé de la profondeur de pénétration on peut remonter à la vitesse du projectile si l'on connaît son calibre. Ou inversement évaluer les effets que peut provoquer un projectile sur une cible (y compris, malheureusement, une cible vivante...) Je vais donc dire d'abord deux mots sur les notions de calibres, puis introduire de manière simplifiée le pouvoir de pénétration d'une arme...

4-1 - Définitions du calibre d'une arme

Le terme calibre reçoit plusieurs définitions possibles:

- Diamètre interne de l'âme du canon: c'est ce que j'ai désigné par la variable "a" dans les calculs; il est généralement exprimé en mm
- Diamètre du projectile: on avait supposé dans les calculs qu'il différait peu du précédent
- Diamètre conventionnel d'un canon ou d'un projectile selon le type de l'arme: une même désignation de calibre peut correspondre alors à des armes de types différents, il est parfois suivi de la longueur de la douille (et non pas de la balle!) en mm. Exemple: le calibre 9X19 (qui signifie $a \approx 9\text{mm}$ et douille de longueur 19mm) correspond aux différents types: 9 Luger, 9 Parabellum, 9 Beretta M38, 9 long, 9M38, ou aux calibres américains de la famille 38 ACP, etc...
- Dénomination usuelle ou commerciale d'une cartouche associée au projectile
- etc...

A noter, pour mémoire, l'ancien système anglais basé sur le remplissage par du plomb fondu de l'intérieure d'une balle: le calibre était le diamètre que devait avoir une balle pour être complètement remplie de plomb, sachant qu'un nombre N de balles de ce même calibre équivalait à une livre anglaise de plomb, soit 453,6 g. Par exemple, N = 10 signifie que 10 balles du même calibre pèsent 1 livre anglaise. Plus N est petit plus chaque balle est lourde et possède donc un gros calibre. Au nombre N correspond le calibre "a" en mm selon la relation:

$$a \text{ (mm)} = 42,431 N^{-1/3}$$

Dans l'exemple où N = 10, on donc un calibre $a = 19,50 \text{ mm}$.

Si en Europe (sauf GB) les calibres sont généralement donnés en mm, aux États-Unis et en Grande Bretagne ils sont très souvent exprimés en millièmes de pouce et s'appliquent au diamètre intérieur de l'âme (et non du projectile). Sachant que un pouce (1") équivaut à 2,54 cm, cela donne:

$$1 \text{ millième de pouce} = 0,0254 \text{ mm}$$

donc, par exemple 380 (millièmes de pouce) = 9,56 mm, ce qui correspond à un calibre de balle légèrement inférieur (en l'occurrence 9,15 mm). Dans le système américain, il existe aussi la notation ACP (Auto Colt Pistol) où les calibres sont exprimés en centièmes de pouce:

$$1 \text{ ACP} = 1 \text{ centième de pouce} = 0,254 \text{ mm}$$

Dans le tableau suivant, je donne quelques exemples de calibres pour différents types d'armes:

revolvers, pistolets, fusils à canon rayé.

calibre et désignation	pays	expression du calibre
REVOLVERS:		
11 Gasser		mm
10,35	armée italienne	mm
10,4	armée suisse	mm
9	armée belge	mm
10,6	armée allemande	mm
8 Le Bel	armée française	mm
9	armée japonaise	mm
8 Rast & Gasser	armée autrichienne	mm
9	armée danoise	mm
8 Pieper		mm
5,5 Velodog		mm
380 Revolver	Grande Bretagne	millièmes de pouce
450 Revolver	Grande Bretagne	millièmes de pouce
320 Revolver	Grande Bretagne	millièmes de pouce
476 Endfield	Grande Bretagne	millièmes de pouce
455 Webley	Grande Bretagne	millièmes de pouce
357 Smith&Wesson Magnum	USA	millièmes de pouce
PISTOLETS:		
6,35X15,8 Browning	en mm, correspond au 25 ACP Browning (USA)	
7,63 Mauser	en mm, correspond au 30 ACP Mauser (USA)	
7,65 Browning	en mm, correspond au 30 ACP Browning (USA)	
7,8X17,5 Browning	en mm, correspond au 32 ACP Browning (USA)	
7,65 Luger ou Parabellum	en mm, correspondent au 30 ACP Luger (USA)	
8 Roth-Steyer		mm
9 short Browning ou 9X17 Browning		mm
9 Long, 9X19, 9 Parabellum, 9 Luger, 9 Steyer, 9 Mannlicher...	en mm, correspondent aux 38 ACP (USA)	
FUSILS A CANONS RAYES		
6,5X57		mm
7X64		mm
7,5X55	armée suisse	mm
7,62X63		mm
7 von Hofe		mm
7X51 Sup S&H		mm
6,5 Remington Magnum		mm
222 Remington	USA	millièmes de pouce
224 Weatherby	USA	millièmes de pouce
223 Winchester	USA	millièmes de pouce
250 Savage	USA	millièmes de pouce
270 Weatherby	USA	millièmes de pouce
303 British	USA	millièmes de pouce

Dans le tableau suivant on trouvera quelques exemples de portées et de vitesse de tir pour certains calibres (pour quelques éléments théoriques sur le calcul des portées se référer à mon [autre article](#)):

calibres (et unités)	vitesse de tir v0 (m/s)	portée maximale (m)
4,5 air comprimé (mm)	120-165 et 200-250	100-150 et 200-300
6 Flobert (mm)	225	700
22 short Rifle (centièmes de ")	260	1000
22 long Rifle (centièmes de ")	350	1370
22 long Rifle HS (centièmes de ")	370	1500
22 Winchester Magnum (centièmes de ")	610	1800
243 Winchester (millièmes de ")	1070	3200
6,35 (mm)	220	800
7,65 (mm)	285	1300
9 short (mm)	285	1300
9 Parabellum (mm)	350	1700
45 ACP (centièmes de ")	300	1620
30 M1 Carb (centièmes de ")	600	2000
7X70 (mm)	830	3500
6,5X57 (mm)	1020	4000
7X57 (mm)	850	4500
6,5X68 (mm)	1150	5000
8X57 JS (mm)	830	3500

On remarquera que la tendance générale est un accroissement de la portée avec la vitesse, mais dans les détails elle dépend aussi de la forme et de la masse du projectile ainsi que des conditions thermodynamiques de l'air (température, densité, pression, altitude, vent...): voir l'article [balistique extérieure](#). Lorsque le calibre augmente la portée tend aussi à augmenter, mais cela tient plus au fait qu'un calibre important correspond en général à une masse du projectile relativement élevée, qu'au seul fait du calibre lui-même. Or une masse élevée favorise la diminution des effets de la résistance de l'air (toutes autres choses égales par ailleurs!) parce que la vitesse limite qu'impose celle-ci est plus importante: en effet cette vitesse est atteinte lorsque le poids du projectile finit par être équilibré par la force de résistance, elle-même proportionnelle à une puissance de la vitesse. Mais la résistance de l'air est aussi proportionnelle au maître-couple du projectile, donc au carré du calibre et si celui-ci est élevé, la vitesse limite s'en trouve diminuée. D'où l'importance de la forme aérodynamique à attribuer au projectile et/ou d'avoir un rapport (masse/calibre au carré) important, ou ce qui revient au même un produit (masse volumique X longueur du projectile) important: on a ainsi intérêt à employer des projectiles denses et/ou de forme effilée. Tout ceci conduit à moduler la tendance générale de la corrélation portée vs. calibre.



projectiles d'exercice calibre 5,56 FAMAS et leur douille

4-2 - Notions sur les pouvoirs de pénétration

Ces pouvoirs de pénétration illustrent bien comment les impacts sur les cibles sont influencés par le calibre et la vitesse du projectile, ce qui présente quelque intérêt en police scientifique par exemple... Dans les modèles qui suivent on verra en effet que ces deux grandeurs interviennent systématiquement sur la profondeur de pénétration dans les matériaux, et la vitesse qui y figure n'est pas forcément la vitesse initiale, bien qu'elle en dérive, quand les effets de la résistance de l'air sont pris en compte.

- *Pénétration dans le fer:*

Elle est donnée par le formule de **Krupp**:

$$\text{épaisseur de pénétration: } e \text{ (cm)} = 0,194 (E^3/a^5)^{1/4}$$

où l'énergie cinétique E doit être exprimée en kgm: $E(\text{kgm}) = 1/2 Mv^2/9810$, avec masse M en g et v en m/s, et où le calibre a est en mm. La pénétration dans le fer est donc favorisée par une vitesse d'impact et une masse élevées et un calibre étroit (donc un projectile nécessairement dense et effilé). Exemple avec un 9mm Parabellum: le tableau ci-dessus donne, si l'air est

négligé, $v = 350$ m/s, la masse étant $M = 7,5$ g, on trouve $e = 2,22$ mm, ce qui est déjà faible. Refaisons le calcul avec un 38 ACP, donc toujours $a = 9$ mm mais de masse 10,2 g et de vitesse $v = 265$ m/s: on n'obtient plus que $e = 1,8$ mm et l'effet défavorable d'une vitesse plus faible l'a emporté sur l'effet favorable d'un poids plus grand... (quand je dis favorable ou défavorable, ça dépend de celui qui tient l'arme et de celui qui se cache derrière la tôle de fer, hein!)

- *Pénétration dans le bois:*

Elle est calculable par l'une ou l'autre formule selon que l'on tienne ou pas compte de l'air:

- formule de Weigel (dans le vide):

$$e \text{ (cm)} = 0,03 Mv^{3/2} / a^2$$

avec M en g, v en m/s, a en mm.

- formule de **Hatscher** (tenant compte de la résistance de l'air):

$$e \text{ (cm)} = E / 3,5Si$$

avec E énergie cinétique en kgm (voir plus haut), S section du canon en cm^2 (donc varie comme a^2) et i indice de forme (cf. article [balistique extérieure](#))

Exemple numérique: 9mm Parabellum donne $e = 18$ cm par la formule de Weigel et 21 cm par celle de Hatscher avec $i = 1$, ce qui montre une pénétration très importante dans le bois.

- *Pénétration dans un os:*

Elle est donnée par la loi de Sellier: celle-ci prévoit que pour une vitesse inférieure à 60 m/s il n'y a pas, en moyenne, de pénétration dans le tissus osseux, mais ceci ne laisse en rien présager des effets organiques consécutifs au choc provoqué par l'impact ! La voici:

$$e \text{ (cm)} = 0,44 M/a \cdot [(v - 60)/100]^2$$

où M masse du projectile en g, a calibre en mm, v vitesse en m/s. Avec notre 9mm Parabellum, on aurait donc: $e = 3$ cm, ça ne fait pas vraiment du bien ! Inversement on peut chercher quelle est la vitesse résiduelle de la balle lorsqu'elle a parcouru e cm dans l'os, elle est fournie par (Sellier):

$$v(e) = v(1 - 2300ea/Mv^2)^{1/2}$$

avec e en cm, a en mm, M en g et v en m/s. Cette formule est applicable uniquement si $v > 60$ m/s. Exemple: 9mm Parabellum, $v = 350$ m/s, $e = 0,5$ cm donne $v(0,5\text{cm}) = 348$ m/s soit seulement une perte de 2 m/s sur la vitesse.

- *Pénétration dans la chair:*

Sellier a également établi que pour la chair l'épaisseur de pénétration est sensiblement égale à:

$$e \text{ (cm)} = 2,3 M/S \cdot \ln [(v - v_{lim})/50]$$

expression où M est en g, S en cm^2 , v en m/s et où v_{lim} est la vitesse limite de perforation de la peau qui est donnée par la formule:

$$v_{lim} = 125S/M + 22 \text{ (m/s)}$$

au-dessous de cette limite, qui s'abaisse quand la masse de la balle augmente, la peau a une réaction élastique face à l'impact et arrête le projectile. Elle est en général comprise entre 22

m/s et 125 m/s selon le projectile; pour un 3mm elle vaut 78 m/s, pour le 9mm Parabellum elle n'est plus que $v_{lim} = 32,6$ m/s et $e = 50$ cm (autant dire que la cible est transformée en passoire!)

● *Pénétration dans quelques autres matériaux:*

Pour les matériaux à base de ciment, de sable ou d'argile on utilisera la formule de **Petry**:

$$e \text{ (cm)} = 100 \text{ Mk/a}^2 \cdot \log [1 + 1/2(v/100)^2]$$

où m en g, a en mm, v en m/s et k coefficient qui dépend du matériau, voir tableau ci-après:

matériau	k
mur de béton	0,64
mur de pierre	0,94
mur de brique	1,63
terre sablonneuse	2,94
terre normale	3,96
terre argileuse	5,87

Exemple : le 9mm Parabellum pénètre dans le sable d'une profondeur $e = 23$ cm et dans la brique $e = 13$ cm.

L'intérêt de ces évaluations, en police scientifique par exemple, est qu'à partir d'une épaisseur de pénétration dans un matériau, connaissant forcément le calibre et la masse de la balle qui est récupérée, on arrive à déduire la vitesse d'impact donc la distance de tir, car entre la position du tireur et l'impact la vitesse a subi une perte liée à la résistance de l'air que l'on sait calculer dès lors qu'on connaît le coefficient balistique de la balle (article [balistique extérieure](#)) ...

Bibliographie

- A van Tiggelen: *Oxydation et combustion*, éd. Technip
- André Delachet, Jean Taille: *La balistique*, PUF, 1968
- Site enciclopedia delle armi, 1997: <http://www.earmi.it> (en italien)