ACCUEIL

[Frédéric Elie on ResearchGate]

De l'arithmétique au Cosmos et au Chaos

Existe-t-il une relation entre les nombres et le supposé ordre de l'univers ?

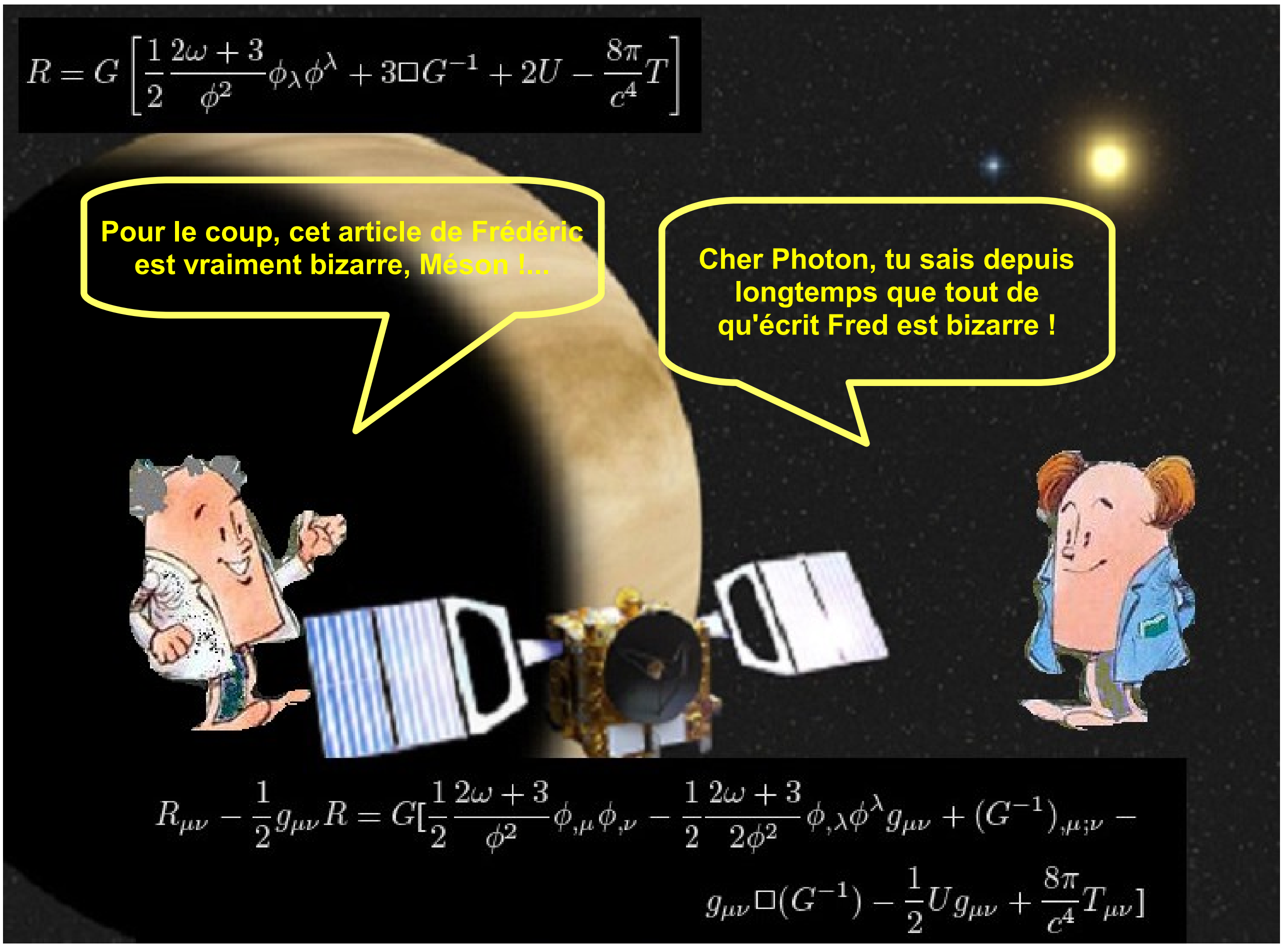
Frédéric Élie

2 mars 2011, 22 mars 2011
édité sur le site en octobre 2015

« Si vous de dites rien à votre brouillon, votre brouillon ne vous dira rien ! »
Jacques Breuneval, mathématicien, professeur à l'université Aix-Marseille I, 1980

Abstract : Le présent article propose une réflexion épistémologique sur les nombres et leur rapport éventuel avec une supposée harmonie des lois de la physique. Dans un aspect épistémologie des nombres, nombreux sont ceux qui attribuent un rôle harmonieux et ontologique aux propriétés des nombres, rôle qui garantirait l'ordre des lois dans l'univers. Notamment cette harmonie pourrait être liée plus ou moins directement à un concept - nouveau! - de classes de phénomènes dont les représentations font intervenir l'homotopie au cercle (ou n-tores, etc). La littérature abonde de "preuves" des liaisons entre pi et des classes arithmétiques. Une proposition faite par Francis Maleval consiste en une curieuse et intéressante corrélation possible entre la série des nombres premiers et la «preuve » de l'existence d'une composante chaotique de l'univers. Les nombres premiers seraient si difficilement préhensiles parce que, précisément, d'une certaine manière, ils ne se laissent pas mettre en relation avec pi, même si les plus géniaux mathématiciens essaient de le faire depuis un siècle ou deux (Dirichlet, etc.), et même si cette tentative recourt à l'analyse complexe. Les nombres premiers seraient la contre preuve d'une harmonie universelle reposant sur les nombres de manière générale et fondamentale. Il n'empêche, et c'est là aussi ce que tente toute science, que la compréhension des choses nécessite, pour l'esprit humain, de chercher les aspects harmonieux et/ou ordonnés de l'univers (comme un filtrage du Chaos à travers nos fenêtres cognitives ne laisse passer que sa composante Cosmos)

SOMMAIRE



1 - Sur les grandeurs physiques et leurs relations avec l'homotopie au cercle (ou au n-tore)

1.1. Une grandeur physique est représentée par un nombre. Dans la logique de l'outil cognitif humain – dénombrement et appariement – un nombre est toujours un ratio: entre une quantité liée à l'objet ou processus observés, et une quantité de référence.
Si je dis j'ai 3 cailloux, en fait je dis que dans ma main j'ai 3 fois plus de cailloux que dans ma main où il n'y en a qu'un seul. Le chiffre 3 ne signifie rien d'intrinsèque ici.
Le concept de nombre vient de cette capacité à observer des ratios.
Or un objet de référence auquel on rapporte une mesure (la mesure est liée à l'établissement d'un ratio – un nombre – entre une population et une référence pour une propriété physique considérée) est un objet complexe auquel on a appliqué le ***principe de négligeabilité***: l'objet de référence, considéré stable, est un ensemble de points (d'éléments) tels que chacun d'eux représente à lui seul l'ensemble de l'objet.

1.2. C'est une ***relation d'équivalence***:
Deux points A et B de l'objet sont équivalents s'ils représentent le même objet.
Mais un même objet est considéré stable, à une échelle et une précision d'observation données, si chacun de ses « points » est le lieu de passage d'une trajectoire de transformation liée à une invariance, passant par l'ensemble de tous les points de l'objet: ce comportement ***« ergodique »*** signifie que chaque point est représentatif (en relation d'équivalence) avec l'ensemble de l'objet auquel il appartient.
Mais une propriété de couverture ergodique d'un objet par une trajectoire du point représentatif ne passant qu'une seule fois par tous points de l'objet, implique que cette trajectoire ergodique est obtenue par un nombre fini, ou infini, ou transfini de fois, de boucles dans l'espace représentatif de l'objet, qui se referment (l'objet est balayé pour tous ses points de façon complète, donc la courbe de balayage parcourant l'ensemble de tous les points de l'objet,

revient à son point de départ: c'est une courbe complexe fermée, cyclique, donc homotopique au cercle ou au n-tore).
Le ratio qui représente la mesure d'une grandeur par rapport à une grandeur de référence (fondant l'unité de mesure) doit donc être associée à la propriété de correspondance entre une grandeur physique et l'homotopie de la représentation de l'objet au cercle ou n-tore. Une grandeur, physiquement acceptable, doit donc contenir une relation avec la ***propriété d'homotopie*** au cercle ou au n-tore. C'est la condition de rationalité d'une grandeur qui se veut physique.
L'ergodisme est donc une condition essentielle pour la rationalité des grandeurs de mesures expérimentales. Or toute mesurabilité de l'univers est liée à la possibilité d'une approche ordonnée, rationnelle, de la nature du réel observable. Rien n'interdit de penser qu'une partie du réel échappe à ce critère!

1.3. Donc toute grandeur pour laquelle l'homotopie au cercle, sur base d'ergodisme au cercle ou n-tore, n'est pas avérée, est associée au caractère insaisissable (***incommensurable***) de sa mesure: elle n'est pas mesurable, car elle n'est pas associable à une représentation ergodique.
Une homotopie au cercle (ou n-tore) fait intervenir 2π dans sa formulation. Intervient alors la réflexion fondamentale de J-F. Lahaeye ([1]) sur le rôle de π dans les systèmes d'unités physiques.

1.4. Revenons aux grandeurs de mesure: Pour un objet de référence, jouant par exemple le rôle d'unité de mesure, le fait de le considérer dans sa globalité comme objet stable de référence revient, mathématiquement, à considérer que chacun de ses points est équivalent à tout autre pour être représentant de l'objet: c'est une relation d'équivalence.

1.5. Cette relation d'équivalence est reliable au principe de négligeabilité: chaque point de l'objet A est équivalent à tout autre point B de ce même objet par rapport au même principe où une quantité transfinie de propriétés ont été négligées chez l'objet au profit d'une quantité invariante retenue pour caractériser un état et une dynamique particuliers du système tels qu'observables.
L'ensemble des éléments de l'objet, représentatif de l'objet homogène vis-à-vis de la propriété retenue, est donc élément d'un ***groupe mathématique*** pour l'opération « association » « + ».
En particulier, l'objet de référence – qui sert d'unité de mesure – est lui-même cohérent pour ce groupe: chaque élément appartient au même groupe, et ce groupe doit pouvoir être en correspondance avec un groupe d'entités homotopiques au n-tore, où 2π intervient.
Cela est pour l'objet de référence « un ».
Mais quand il y a un ou plusieurs objets équivalents, pour le ratio en référence avec un même système de référence, par exemple 2 objets, conformément au processus cognitif de dénombrement, il faut que le nouvel objet, formé de 2 objets constitutifs pour lesquels la même négligeabilité de propriétés complexes et indénombrables a été adoptée, puisse être considéré à son tour comme un nouvel objet unique, homogène vis-à-vis de cette même propriété de négliger les mêmes qualités négligées au niveau de l'objet de référence, ces objets forment un nouvel objet auquel est attribué un nouveau nombre. A cette nouvelle attribution correspond le fait que chaque élément de l'un ou l'autre objet ainsi apparié, est un représentant du nouvel objet « deux objets ». Donc à cet ensemble de deux objets, considérés vis-à-vis des propriétés qui ont été négligées pour ne retenir que celle qui est exploitée pour compter les objets, doit aussi faire l'objet d'une propriété d'homotopie au n-tore: chaque élément de ces deux objets – nouvel objet unique – est point de passage d'une courbe ergodique. Donc, c'est la condition

1 - Jean-François Lahaeye : Groupe de l'analyse dimensionnelle – site http://fred.elie.free.fr , 6 juin 2011
- Jean-François Lahaeye : Système d'unités: reconsidérations - site http://fred.elie.free.fr, 6 février 2011
- Jean-François Lahaeye : Constante de Bayo et unités angulaires - site http://fred.elie.free.fr, 11 mai 2011, avec la collaboration de Norbert Bayo
- Jean-François Lahaeye : Unités naturelles revisitées et cosmologie cohérente avec elles – site http://fred.elie.free.fr, 22 février 2008 et 16 février 2009, édité dans ce site en février 2015

pour que ce nouvel « deux-objets » puisse être mesuré comme étant deux fois la grandeur unité de référence.
Et ainsi de suite, pour n objets ou processus. Telle est la condition de la ***mesurabilité*** des objets et phénomènes: chaque fois qu'une grandeur a pour mesure un nombre qui montre qu'elle est en relation homotopique au n-tore.

1.6. Quand cela n'est pas possible, on a affaire à une ***situation chaotique***, cf. l'incommensurabilité dans l'espace des représentations (les courbes des points des états ne se referment pas, même ergodiquement).

1.7. Ainsi, selon cette approche, on intuitionne qu'une grandeur physique acceptable (i. e. ayant signification physique) doit pouvoir être mise en relation avec le groupe des mesures homotopiques au n-tore. C'est un problème ouvert...

1.8. Quant à la ***dialectique du réel et du virtuel*** ([2]), un objet homogène, vis-à-vis d'une propriété donnée, est déterminé par comparaison entre les points d'un domaine de référence (par exemple référentiel d'espace-temps) et les points de l'objet: chaque fois que le point du domaine comparé ne possède pas les propriétés d'équivalence vis-à-vis de la négligeabilité des propriétés non retenues, il sera considéré comme appartenant au domaine extérieur à l'objet.

1.9. Conclusion: dans cette approche on peut mettre en relation le principe cognitif de dénombrement et d'appariement avec la démarche de la définition des objets stables pour un type d'observations vis-à-vis d'invariances retenues pour caractériser la stabilité d'un système (point de vue ô combien subjectif et intentionnel), et on montre quelles relations peuvent exister entre la notion de grandeur mesurable (expérimentation), le principe de négligeabilité, le rôle de π dans les unités de mesure. Le non-commensurable ne fait pas intervenir un système n-tore bouclé (donc pas de $n2\pi$ dans le formalisme) et sort de toute description par théorie des groupes fondé sur cette invariance.

1.10. Ce qui échappe à l'esprit humain, à son approche expérimentale du réel, c'est la part de réel qui ne se laisse pas modéliser par une relation entre la mesure et l'approche par théorie des groupes de transformations ergodiques homotopiques au n-tore, bref le chaos.

1.11. Remarque sur les ***nombres premiers***: par définition, dans N, les nombres premiers ne sont multiples d'aucun nombre, donc ne se prêtent pas à la mesure. Ils doivent donc correspondre à une description étrangère à celle des groupes des homotopies n-tore. Toute approche visant à corréler π aux nombres premiers est donc vouée à l'échec.
Réciproquement, tout nombre, donc toute mesure, est fonction des nombres premiers (théorème fondamental des nombres premiers) donc toute mesure repose fondamentalement sur la base de quantités qui échappent à la mesure (les nombres premiers). Philosophiquement, cela signifierait que toute saisie de l'harmonie (l'ordre par les nombres, c'-à-d. les ratios entre une mesure et sa référence métrologique) repose in fine sur l'incommensurable: le Cosmos (l'harmonie mesurable) s'enracine sur le Chaos (l'incommensurable): les nombres premiers sont les atomes logiques de l'arithmétique.

2 - De l'arithmétique au Cosmos et au Chaos

2.1. Pour le problème des systèmes d'unités je vous laisse mûrir sur le sujet, mais ça m'a fait poser une question toute simple: puisque le périmètre d'un cercle (en m) est lié au rayon R (en m aussi) par: $L = 2\pi R$ et que π est en radians, ne devrait-on pas dire aussi (à l'instar des unités électromagnétiques) que le rayon R est exprimé en mètre/radian? à moins que lorsque l'on a affaire à une courbe bouclée (tel un cercle) le mètre/radian devient identique au mètre seul

2 Philippe Cristofari, Frédéric Élie, Colette Garaventa : Interprétation de la physique quantique : la physique quantique est-elle une théorie complète ? - site http://fred.elie.free.fr , juin 1980

(mais sous-entendu, d'un point de vue de la topologie, homotopique au cercle)? En généralisant un peu: toute grandeur physique (électrique, longueur, etc) qui est associée à une boucle (donc à une homotopie du cercle) s'exprime sans se référencer au radian. Même chose pour le pendule harmonique où la pulsation est

$$\omega = \sqrt{(g/L)},$$

car une oscillation du cercle (courbe non fermée dans l'espace physique) correspond à une ellipse (courbe homotopique du cercle) dans l'espace des phases (p, q). Je ne serais donc pas surpris que, si elle s'avère exacte, la théorie des cordes quantiques mette en jeu des entités représentatives de courbes homotopiques du cercle (ou dans un n-espace à des hyper-tores) dont les grandeurs qui n'ont de sens physique font disparaître la référence à π radians. Et comme on peut retrouver les lois de l'électromagnétisme à partir de la théorie des cordes (condition de sa cohérence - mais ça ne veut pas dire qu'elle est "vraie") les grandeurs électromagnétiques ne font pas intervenir le "par radian". Que les particules élémentaires soient vues comme des modes d'ordre n, m, etc. (donc des périodicités bouclées) ne serait pas étonnant.

2.2. En revanche, et je pense soulever ici une intuition épistémologique qui pourrait porter loin, la question reste entière pour des grandeurs (et des phénomènes) auxquels on ne peut appliquer une description sur fond d'homotopie au cercle, donc non exprimables par des modes n, m, k, etc. A ces types on ne peut que faire correspondre les comportements chaotiques et l'instabilité radicale. Pour eux les grandeurs doivent être exprimables en "par radian" car leur cheminement dans les espaces de représentations n'ont de sens qu'en référence à une portion d'angles finis et non multiples de π.

2.3. Ainsi le chaotique, c'est des boucles non fermées, ouvertes, tandis que "l'harmonie" c'est des boucles fermées.

2.4. Dans un aspect épistémologie des nombres, nombreux sont ceux qui attribuent un rôle harmonieux et ontologique aux propriétés des nombres, rôle qui garantirait l'ordre des lois dans l'univers. Par exemple, si vous lisez l'article de Monsieur Malcolm Klepter sur la relation entre π et les nombres parfaits, que j'ai mis en ligne dans mon site, (j'explique ce que sont les nombres parfaits dans un de mes articles)([3]), vous verrez que l'auteur défend cette idée.

2.5. Je ne partage pas cette idée dans son absolu, mais j'admettrais volontiers que, au vu de ce que j'ai dit plus haut, cette harmonie puisse être liée plus ou moins directement à un concept - nouveau! - de classes de phénomènes dont les représentations font intervenir l'homotopie au cercle (ou n-tores, etc). La littérature abonde de "preuves" des liaisons entre pi et des classes arithmétiques. Malcolm Klepter propose d'en introduire une supplémentaire avec les nombres parfaits, et c'est là un grand mérite d'avoir eu cette intuition.

2.6. Mais cette situation ne saurait être absolue selon moi. Un heureux hasard fait que j'ai reçu ce jour même un message de Monsieur Francis Maleval ([4]) dans lequel il exprime son désaccord avec une vision d'harmonie préétablie et propose une curieuse et intéressante corrélation possible entre la série des nombres premiers et la «preuve » de l'existence d'une composante chaotique de l'univers. Sa remarque vient à point nommer avec la tentative d'hypothèse que j'avance dans cet article. Les nombres premiers seraient si difficilement préhensiles parce que, précisément, d'une certaine manière, ils ne se laissent pas mettre en relation avec pi, même si les plus géniaux mathématiciens essaient de le faire depuis un siècle ou deux (Dirichlet, etc.), et même si cette tentative recourt à l'analyse complexe.

3 - Malcolm Klepter : Approche intuitive du nombre Pi – site http://fred.elie.free.fr, 26 novembre 2010
- Frédéric Élie : Les nombres parfaits - site http://fred.elie.free.fr, septembre 2010

4 F. Maleval : communication privée.

2.7. Comme le dit F. Maleval, les nombres premiers sont la contre preuve d'une harmonie universelle reposant sur les nombres de manière générale et fondamentale. Il n'empêche, et c'est là aussi ce que tente toute science, que la compréhension des choses nécessite, pour l'esprit humain, de chercher les aspects harmonieux et/ou ordonnés de l'univers (comme un filtrage du Chaos à travers nos fenêtres cognitives ne laisse passer que sa composante Cosmos).