



Frédéric Elie on
ResearchGate

Éclipse de Lune

Frédéric Elie

août 2010

Copyright France.com

La reproduction des articles, images ou graphiques de ce site, pour usage collectif, y compris dans le cadre des études scolaires et supérieures, est INTERDITE. Seuls sont autorisés les extraits, pour exemple ou illustration, à la seule condition de mentionner clairement l'auteur et la référence de l'article.

« Si vous ne dites rien à votre brouillon, votre brouillon ne vous dira rien ! »
Jacques Breuneval, mathématicien, professeur à l'université Aix-Marseille I, 1980

Abstract : Le 16 août 2008, alors que j'étais à Jausiers (Alpes de Haute Provence) je pus observer une éclipse de la Lune. N'ayant qu'un appareil photo ordinaire sous la main je pris les photos comme j'ai pu. Voici dans cet article une occasion de comprendre un peu ce phénomène.

SOMMAIRE

- 1 - Qu'est-ce qu'une éclipse de Lune ?
 - 2 - Mois synodique ou lunaison
 - 3 - Conditions d'éclipse de Lune
- Bibliographie

1 - Qu'est-ce qu'une éclipse de Lune ?

L'éclipse de Lune se produit lorsque la Lune entre dans le cône d'ombre de la Terre éclairée par le Soleil. Pour que cela se produise il faut que la Lune et le Soleil soient en opposition, ce qui veut dire que, dans cet ordre, le Soleil, la Terre et la Lune soient alignés. L'ombre de la Terre, opposée au Soleil, ne forme pas un cône d'ombre parfaitement contrasté : la diffusion de la lumière du Soleil qui frôle la sphère terrestre, due à l'atmosphère terrestre notamment, et le fait que la source lumineuse (Soleil) ne soit pas ponctuelle mais forme un disque, produisent autour du cône d'ombre une zone de pénombre dont l'intensité est dégradée vers la périphérie.

Lorsque la Lune n'est pas complètement dans le cône d'ombre intense mais dans la zone de pénombre elle n'est pas dans l'obscurité totale mais sa face reflète une lumière rougeoyante foncée : c'est la lumière cendrée (figure 1).

Pour déterminer les conditions de formation d'une éclipse de Lune il nous faut d'abord définir ce qui s'appelle le mois synodique ou lunaison.

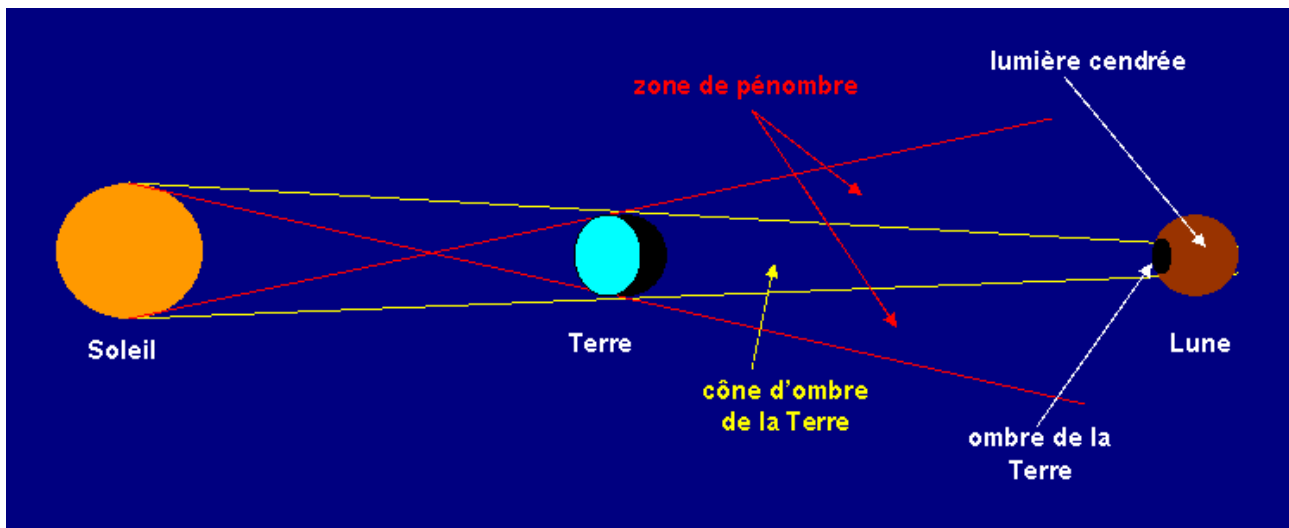


figure 1 – principe de l'éclipse de Lune
(les proportions sont évidemment déformées pour des raisons pédagogiques)

2 - Mois synodique ou lunaison

Dans tout ce qui suit nous adoptons un modèle très simplifié dans lequel la Terre et la Lune sont des sphères parfaitement homogènes, les perturbations du Soleil et des autres corps célestes négligeables, la Lune gravite autour de la Terre suivant une orbite dont la Terre occupe l'un des foyers, l'excentricité de l'orbite elliptique lunaire est $e_L = 1/18,21$: l'orbite lunaire se rapproche moins d'un cercle que l'orbite terrestre autour du soleil (excentricité de l'orbite terrestre $e_T = 1/60$).

Le **plan de l'écliptique** est le plan contenant la trajectoire de la Terre autour du soleil. Le plan de l'orbite de la Lune est incliné d'un angle $i = 5^{\circ}8'43,4''$ sur le plan de l'écliptique. l'orbite lunaire coupe le plan de l'écliptique en deux points N et N' appelés **nœuds lunaires**.

La projection des trajectoires apparentes du Soleil et de la Lune sur la sphère céleste forme deux grands cercles qui se coupent aux nœuds lunaires. Les disques que définissent ces deux grands cercles ont donc pour intersection une droite joignant N et N' qui s'appelle ligne des nœuds lunaires (figure 2) (voir article « [cadran solaire](#) » pour une meilleure compréhension de la sphère céleste).

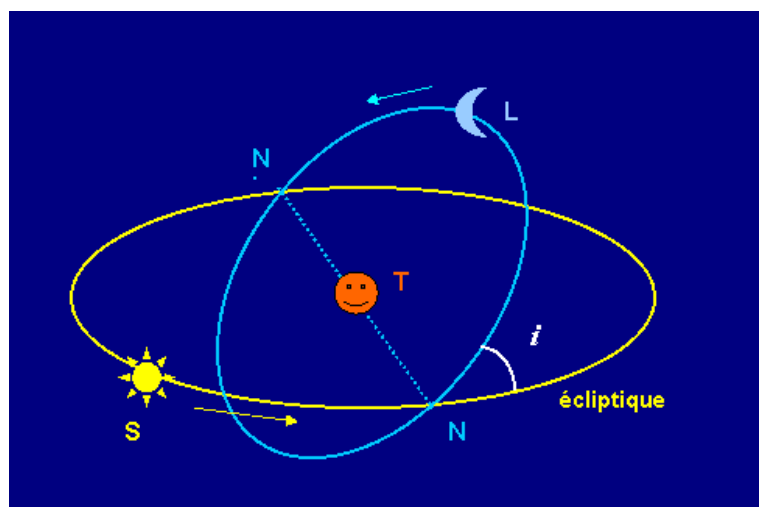


figure 2 – mouvements apparents de la Lune et du Soleil par rapport à la Terre



Rappelons aussi que la **période de révolution sidérale** d'un astre est la durée qui sépare deux passages consécutifs de l'astre devant une même étoile fixe. Si P est cette période, on appelle **moyen mouvement** de l'astre en question la quantité :

$$n = \frac{2\pi}{P}$$

Le moyen mouvement représente le déplacement en longitude de l'astre par unité de temps. Par exemple le Soleil parcourt sur la sphère céleste 360° (2π) en une année sidérale, soit 365,25636 jours TU, son moyen mouvement est donc $360^\circ/365,25636 \text{ j} = 0,9856091^\circ/\text{jour} = 3548,19''/\text{jour}$. Nous pouvons maintenant définir le **mois synodique** ou **lunaison** : c'est l'intervalle de temps L qui sépare deux conjonctions consécutives de la Lune et du Soleil (cette conjonction correspond donc à la phase de nouvelle lune. Si n_L et n_S sont les moyens mouvements respectivement de la Lune et du Soleil, la lunaison est alors déterminée par :

$$n_L = n_S + \frac{2\pi}{L}$$

soit encore :

$$L = \frac{1}{\frac{1}{P_L} - \frac{1}{P_S}} \quad (1)$$

L'observation fournit $L = 29,530588$ jours moyens = 29 j 12 h 44 mn 2,8 s. Connaissant le moyen mouvement solaire, vu précédemment, la relation (1) permet de déduire le moyen mouvement et la période de révolution sidérale de la Lune :

$$n_L = 47434,89''/\text{jour}$$

$$P_L = 27 \text{ j } 7 \text{ h } 43 \text{ mn } 11,5 \text{ s.}$$

On voit que $n_L/n_S \approx 13$ donc que la Lune se déplace sur la sphère céleste environ 13 fois plus vite que le Soleil. En une heure la Lune se déplace d'environ $30'$ ce qui correspond à son diamètre apparent (qui est d'ailleurs le même que celui du Soleil pour l'instant ; on dit pour l'instant car sachant que la Lune s'éloigne de la Terre à raison de 4 cm/an, à cause

des forces de marées – voir article « [marées](#) » - dans plusieurs milliers d'années cette coïncidence n'aura plus lieu et les éclipses de Soleil changeront).

Par rapport aux mouvements réels qui tiennent compte des perturbations, la lunaison obtenue avec les hypothèses simplificatrices contient une imprécision de l'ordre de ± 7 heures.

3 - Conditions d'éclipse de Lune

Les conditions pour qu'il y ait éclipse de Lune sont :

- pleine Lune : **l'ascension droite** de la Lune (voir ce terme dans l'article « [cadran solaire](#) ») et du Soleil sont décalées de 12 heures sur la sphère céleste :

$$\alpha_S = \alpha_L + 12h \quad (2)$$

ce qui correspond pour les longitudes à la condition :

$$\lambda_S = \lambda_L + 180^\circ \quad (2bis)$$

- la **déclinaison** de la Lune et celle du Soleil sont opposées (voir ce terme dans l'article « [cadran solaire](#) ») :

$$\delta_S = -\delta_L \quad (3)$$

Ces conditions nécessitent que l'on connaisse comment varient avec le temps les ascension droite et déclinaison de la Lune et du Soleil, autrement dit leurs éphémérides. Nous donnons sans démonstration (voir bibliographie) ces relations.

- *Établissement des éphémérides lunaires :*

Les coordonnées équatoriales sont données par :

$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha_L &= \frac{y_L}{x_L} \quad (+12h \text{ si } x_L < 0) \\ \tan \delta_L &= \frac{z_L}{\sqrt{x_L^2 + y_L^2}} \end{aligned} \right| \quad (4)$$

où l'on a :

$$\left. \begin{aligned} x_L &= \cos \beta_L \cos \lambda_L \\ y_L &= \cos \beta_L \sin \lambda_L \cos \varepsilon - \sin \beta_L \sin \varepsilon \\ z_L &= \cos \beta_L \sin \lambda_L \sin \varepsilon + \sin \beta_L \cos \varepsilon \end{aligned} \right| \quad (5)$$

où (λ_L, β_L) sont les **coordonnées écliptiques** (λ_L étant la longitude) qu'il reste à calculer. L'angle ε est l'inclinaison de l'axe de rotation terrestre sur le plan de l'écliptique, il vaut $\varepsilon = 23^\circ 26'$. Les coordonnées écliptiques sont à leur tour données par :

$$\lambda_L = l_L + 2e \sin M + \frac{5}{4}e^2 \sin 2M + \frac{15}{4}\frac{n'}{n}e \sin(2D - M) + \frac{11}{8}\left(\frac{n'}{n}\right)^2 \sin 2D - 3\frac{n'}{n}e' \sin M' - \tan^2 \frac{i}{2} \sin 2F - \frac{15}{8}\frac{n'}{n}\frac{a}{a'}\left(\frac{m_T - m_L}{m_T + m_L}\right) \sin D \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \beta_L = & (\sin i + \frac{1}{8}\sin^3 i) \sin F - \frac{1}{24}\sin^3 i \sin 3F + e \sin i \cdot (\sin(M + F) + \sin(M - F)) \\ & + \frac{5}{8}e^2 \sin i \cdot (\sin(2M + F) + \sin(2M - F)) + \left[\frac{3}{8}\frac{n'}{n}\left(1 + \frac{n_\Omega}{n'}\right) + \frac{11}{16}\left(\frac{n'}{n}\right)^2 \right] \sin i \sin(2D - F) \\ & + \frac{15}{8}\frac{n'}{n}e \sin i \cdot (\sin(2D - M + F) + \sin(2D - M - F)) + \frac{11}{16}\left(\frac{n'}{n}\right)^2 \sin i \sin(2D + F) \\ & - \frac{3}{2}\frac{n'}{n}e' \sin i (\sin(M' + F) + \sin(M' - F)) - \frac{15}{16}\frac{n'}{n}\frac{a}{a'}\left(\frac{m_T - m_L}{m_T + m_L}\right) \sin i \cdot (\sin(D + F) + \sin(D - F)) \end{aligned} \quad (7)$$

où i est l'inclinaison de l'orbite lunaire sur l'écliptique ($i = 5^\circ 8' 43,4''$), m_T et m_L sont les masses de la Terre et de la Lune (on sait que leur rapport vaut 81,4 – voir article « [masse de la Lune](#) »), $n' = n_S$ est le moyen mouvement du Soleil ($n' = 3548,1928''/\text{jour}$), $n = n_L$ celui de la Lune ($n = 47434,8897''/\text{jour}$). Le moyen mouvement relatif à la ligne des nœuds lunaires (qui rétrograde) est :

$$n_\Omega = -190,7713''/\text{jour} \quad (8)$$

e' et e sont les excentricités de l'orbite terrestre et de l'orbite lunaire mentionnées plus haut (elles varient très lentement). Quant aux autres quantités figurant dans (6) et (7), elles sont calculées avec pour référence le 31 décembre 1984 à 0h TU (c'est le $t = 0$) de la manière suivante (t est exprimé en **jours juliens**, c'est-à-dire pour une année de 365,25 jours) :

$$\begin{aligned} l_C &= 13,17640^\circ t + 18,25^\circ \\ l_S &= 0,98565^\circ t + 279,61^\circ \\ D &= 12,19075^\circ t + 98,64^\circ \\ M &= 13,06499^\circ t + 185,33^\circ \\ M' &= 0,98560^\circ t + 356,93^\circ \\ F &= 13,22935^\circ t + 323,05^\circ \end{aligned} \quad (9)$$

$D = l_L - l_S$ est la différence entre la longitude moyenne de la Lune l_L et celle du Soleil l_S qui sont respectivement définies par :

$$\begin{aligned} l_L &= \Omega + \omega + M \\ l_S &= \omega' + M' \end{aligned}$$

où Ω est la longitude du nœud ascendant N, ω appelé **argument du périastre** est l'angle (TN, TP), T étant le centre de l'attraction c'est-à-dire le foyer principal de l'orbite lunaire (ce centre est assimilé au centre de la Terre), P est le **périastre** c'est-à-dire le point de l'orbite de la Lune où elle est le plus proche de T ; $M = n(t - \tau)$ est l'**anomalie moyenne**, n étant le moyen mouvement et τ l'instant de passage de la Lune à son périastre (figure 3).

$F = l_L - \Omega = \omega + M$ est la distance angulaire de la Lune à son nœud ascendant N.

Mêmes définitions pour M' et ω' mais cette fois pour l'orbite de la Terre autour du Soleil, T

étant remplacé par le centre du Soleil S.

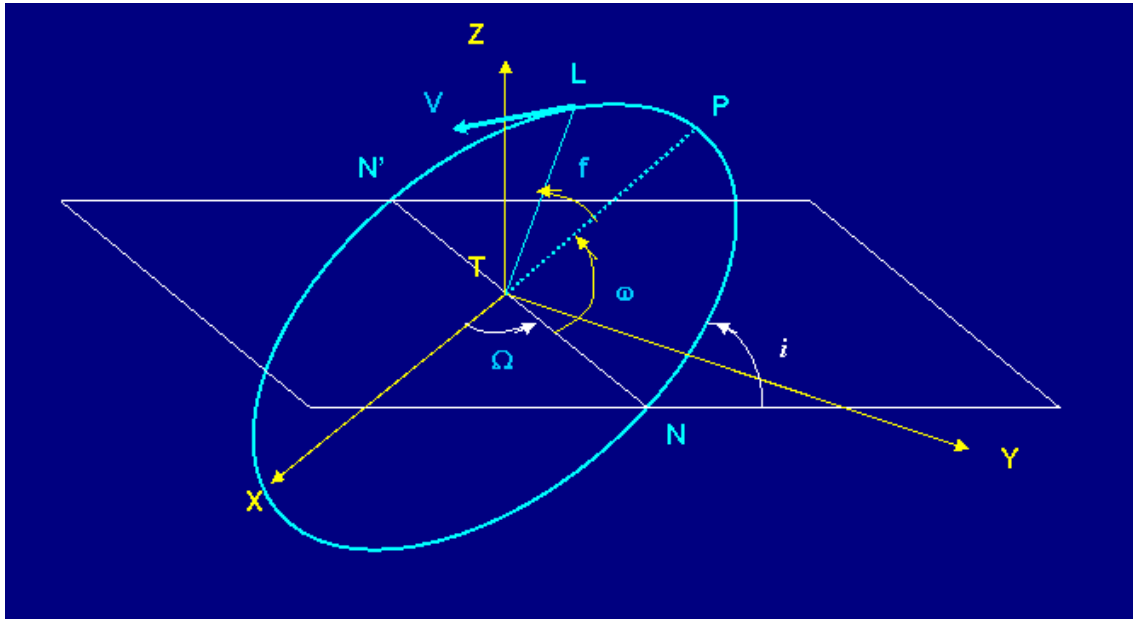


figure 3 – éléments de l'orbite lunaire

f désigne l'anomalie vraie : c'est l'angle entre la position de la Lune L sur son orbite et celle du péricynthèse P mesuré dans le plan de l'orbite lunaire par rapport au centre d'attraction T (centre de la Terre)

- *Etablissement des éphémérides solaires*

L'évolution temporelle approximative de la longitude écliptique, de l'ascension droite et de la déclinaison du Soleil est donnée par :

- longitude écliptique :

$$\lambda_S = \omega' + n't + C \quad (10)$$

où ω' est la longitude actuelle du périastre solaire (le périhélie) et qui vaut : $\omega' = 283^\circ$.
 $n' = n_S$ est le moyen mouvement = 3548,1928"/jour, et C vérifie :

$$C = 2e' \sin n't + \frac{5}{4}e'^2 \sin n't + \dots \quad (11)$$

où e' est l'excentricité de l'orbite terrestre, le temps t étant en jours juliens (1 jour julien est la 1/36525 ième partie d'un siècle julien) compté à partir d'une date de référence (par exemple : 31 décembre 1899 à 12h de Greenwich). La quantité $f = n't + C$ est l'***anomalie vraie de l'orbite terrestre***.

- ascension droite :

$$\alpha_S = \omega' + n't + C + R \quad (12)$$

où R est la réduction à l'équateur, donnée par :

$$R = -\tan^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\lambda_S \quad (13)$$

où $\varepsilon = 23^\circ 26'$ est l'inclinaison de l'axe de rotation terrestre sur le plan de l'écliptique.

- déclinaison : elle est reliée à l'ascension droite et à la longitude écliptique par :

$$\cos \delta_S = \frac{\cos \lambda_S}{\cos \alpha_S} \quad (14)$$

Une formule pratique donnant l'évolution de la déclinaison solaire en fonction du temps, pourvu que l'origine du temps soit l'équinoxe du printemps (21 mars) et t en jours depuis cette date, est la **formule de Cook** (voir article « [cadrons solaires](#) ») :

$$\sin \delta = 0,4 \sin \left(\frac{360}{365} t \right) \quad (15)$$

Remarque : dans l'emploi des formules (9), (10), (11), (12), (15) il faut faire attention d'utiliser la même unité de temps et la même origine de temps pour que les arguments soient homogènes et compatibles avec l'unité des moyens mouvements qui sont en seconde d'arc/jour.

On a vu plus haut la définition du mois synodique ou lunaison de la Lune L. Deux autres définitions du mois lunaire sont utiles pour évaluer la périodicité des éclipses : le mois anomalistique et le mois draconitique.

Le **mois anomalistique** est l'intervalle de temps séparant deux passages consécutifs de la Lune à son périastre : il vaut 27,55455 jours = 27 j 13 h 18 mn 33 s.

Le **mois draconitique** est l'intervalle de temps séparant deux passages consécutifs de la Lune à son nœud ascendant N. Il vaut 27,21222 jours = 27 j 5 h 5 mn 36 s.

L'année draconitique est l'intervalle de temps entre deux conjonctions consécutives du Soleil avec le nœud ascendant lunaire N : elle vaut 346,62007 jours. Etant donnée son importance dans la théorie des éclipses, l'année draconitique est aussi appelée « année des éclipses ».

En effet, les conditions nécessaires d'une éclipse sont :

- la Lune doit être sur le plan de l'écliptique (ou voisine de lui). Il s'ensuit qu'elle doit être sur ou proche d'un des nœuds lunaires N ou N'.
- la Lune, la Terre et le Soleil doivent être alignés : pour l'éclipse de Lune, la Lune doit alors être à sa pleine lune.

Ces deux conditions prises ensemble entraînent que le Soleil doit être à l'un des nœuds lunaires (comme la Lune), soit approximativement à la moitié d'une année draconitique (tous les 173 jours donc).

Or il est remarquable que 19 années draconitiques sont pratiquement égales à 223 lunaisons :

$$223 \text{ lunaisons} = 6585,32 \text{ jours} \approx 19 \text{ années draconitiques} = 6585,78 \text{ jours} \quad (16)$$

Cette période (19 années draconitiques ou 223 lunaisons) est appelée le **Saros** : c'est la période au bout de laquelle les positions relatives de la Terre, de la Lune et du Soleil sont reproduites pratiquement à l'identique !

Ce sont évidemment des approximations pratiques, mais elles permettent, sans recourir à des calculs compliqués, d'évaluer une date, à quelques jours près, d'une prochaine éclipse lunaire lorsqu'on connaît celle de la dernière.

Ainsi, combien d'éclipses lunaires, et vers quelles dates, se sont produites depuis celle du 16 août 2008, que l'on prendra comme origine du comptage des mois draconitiques ? Par exemple, on s'attend à ce que l'éclipse de Lune suivante soit 173 jours après cette date,

puis la suivante 246 jours, etc.

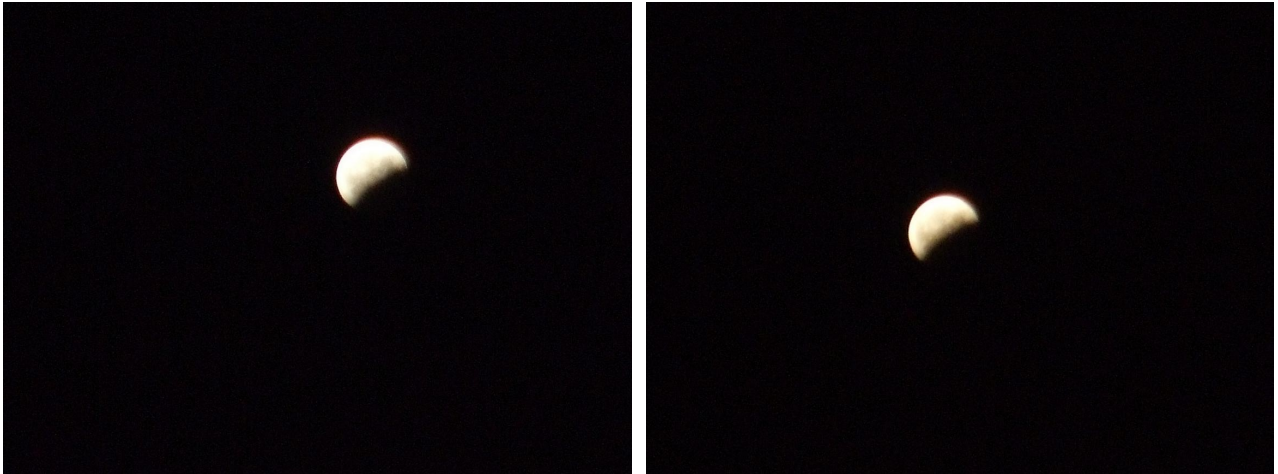


photo 4 – début de l'éclipse de Lune du 16 août 2008, vue depuis Jausiers (Alpes de Haute Provence). Quelques minutes séparent les deux photos : à droite l'ombre de la Terre a un peu avancé sur le disque lunaire

C'est vrai qu'elles sont un
peu misérables ces photos
de Fred !...



Bibliographie

- Gianni Pascoli : *Eléments de mécanique céleste* – Masson, Paris 1997
- Delcourt J-J. : *Astronomie et mesure du temps* – Masson, 1982
- Paul Couderc : *Les éclipses* – « Que sais-je ? », PUF, n° 940