



Frédéric Elie on
ResearchGate

L'effet Branly électrocinétique des milieux granulaires

Frédéric Elie

septembre 2013
édité en mai 2014

CopyrightFrance.com

La reproduction des articles, images ou graphiques de ce site, pour usage collectif, y compris dans le cadre des études scolaires et supérieures, est INTERDITE. Seuls sont autorisés les extraits, pour exemple ou illustration, à la seule condition de mentionner clairement l'auteur et la référence de l'article.

« Si vous ne dites rien à votre brouillon, votre brouillon ne vous dira rien ! »
Jacques Breuneval, mathématicien, professeur à l'université Aix-Marseille I, 1980

Abstract : Les milieux granulaires ont des propriétés de conduction électrique différentes des conducteurs continus. Même s'ils sont constitués de grains en matériau conducteur, ces milieux peuvent ne pas conduire le courant sous certaines conditions, puis devenir conducteurs. Une expérience célèbre qui illustre ce fait est celle d'Édouard Branly, qui l'a appliquée à l'idée d'un récepteur d'ondes électromagnétiques, appelé « cohéreur ».

Aujourd'hui encore, les explications détaillées de ce phénomène ne sont pas complètement maîtrisées et font l'objet de recherches dont le regain d'intérêt remonte aux années 1960. Dans le présent article, une présentation de l'effet Branly déclenché par un champ électrique continu (et non ondulatoire) permet de saisir les fondements et les difficultés de l'explication des propriétés de conduction des milieux granulaires.

SOMMAIRE

- 1 – Expérience du « cohéreur » de Branly
 - 2 – Rôle du contact mécanique entre deux conducteurs dans l'apparition de l' « effet Branly »
 - 3 – Transition vers la conduction électrique de conducteurs électriques en contact, sous l'action d'une tension continue: approche par la théorie du micro-soudage des contacts
 - 3.1 – introduction
 - 3.2 - résistance de contact électrique
 - 3.3 - échauffement des contacts: tension de saturation U_0
 - 3.4 - résistance de contact froid R_{0b}
 - 4 – Conclusion, résumé
- Références

1 – Expérience du « cohéreur » de Branly

En 1888 Édouard Branly ⁽¹⁾ fit l'expérience suivante [1]: un tube en verre contient de la limaille métallique, légèrement compressée entre deux plaques conductrices (la force de compression est réglable) (*figure 1*).

La mesure de la résistance, effectuée aux bornes des deux plaques, donne initialement une valeur très

1 Édouard Branly, né à Amiens en 1844, mort à Paris en 1940, était élève de l'École Normale Supérieure. Il fut professeur de physique à l'Institut catholique de Paris.

élevée (plusieurs mégohms). Mais si l'on expose le tube à une onde électromagnétique, la résistance chute considérablement, et le dispositif devient conducteur et ne laisse passer le courant que dans un seul sens. Il reste dans cet état même lorsque cesse l'excitation électromagnétique. Celle-ci fut d'ailleurs réalisée au moyen d'une machine électrostatique – ou bobine de Ruhmkorff – qui produit des décharges électrostatiques puissantes et répétées. Et le dispositif redevient isolant si l'on tapote légèrement le tube.

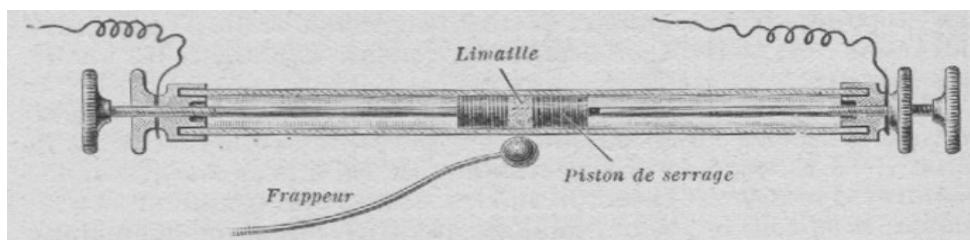


Figure 1 – Radioconducteur de Branly

Le dispositif de Branly peut être expérimenté avec les moyens du bord ainsi que je l'ai fait:

Le tube de verre a été remplacé par un tube en plastique transparent ouvert à ses deux extrémités. De la limaille de fer est disposée au milieu et pris en sandwich par deux pistons métalliques dont la force de compression peut être réglée par le serrage d'un étau ou d'un serre-joint. L'onde électromagnétique est produite par une étincelle obtenue par un générateur haute tension, comme celui qu'on utilise pour l'autodéfense.

La résistance est mesurée par un ohm-mètre monté en série avec les deux extrémités conductrices. On peut aussi mettre en série une ampoule alimentée par une pile: elle s'allume lorsque se produit l'étincelle et demeure allumée après disparition de l'étincelle, ce qui prouve que le tube est devenu conducteur. Si l'on fait un petit choc au tube, l'ampoule s'éteint (figure 2).

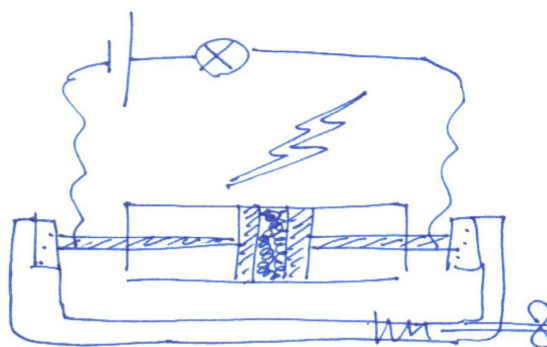


figure 2 – dispositif expérimental

Les valeurs de la résistance obtenues sont les suivantes, selon la force de serrage des pistons (qualitatives) (tableau 1):

serrage	faible	moyen	fort
Résistance avant étincelle			x
Résistance après étincelle	x	x	

Tableau 1 – résistance du cohéreur selon le serrage

Le dispositif de Branly a été perfectionné par O. Lodge ⁽²⁾ en 1890, en installant un petit marteau actionné par un électroaimant: il lui a donné alors le nom de « cohéreur » parce que à chaque choc la limaille perd sa cohésion, elle est « décochée ». A l'époque, l'électron était encore inconnu ⁽³⁾ et a fortiori son rôle dans la circulation du courant à travers ce milieu métallique granulaire. Toujours est-il

2 Lodge a utilisé le dispositif de Branly pour étudier les phénomènes de réflexion et de réfraction des ondes hertziennes.

3 L'électron a été découvert en 1897.

que l'on comprit très vite l'avantage que pouvait procurer ce dispositif dans les récepteurs pilotés par des ondes électromagnétiques ou hertziennes [2], [3], [4]. En effet, si l'on veut qu'une onde électromagnétique puisse commander des circuits électriques, tels qu'en télégraphie sans fil (TSF), en téléphonie, etc. au moyen de relais capables d'actionner des circuits plus puissants, il faut détecter l'onde, la redresser pour laisser passer le courant dans un seul sens: c'est le principe du récepteur et le cohéreur de Branly en fut le premier exemple, ce que démontrèrent les expériences de Marconi.

NB: Le même phénomène est observé si l'on remplace la limaille par des billes métalliques de plus grande taille.

2 – Rôle du contact mécanique entre deux conducteurs dans l'apparition de l' « effet Branly »

L'interprétation physique de l'effet Branly fait encore l'objet de nombreuses recherches. Diverses théories sont proposées, principalement:

- Sous l'effet d'un champ électromagnétique les grains conducteurs deviennent des dipôles électriques entre lesquels s'exerce une attraction électrostatique. Cette attraction aurait pour effet de déplacer les grains et de les faire entrer en contact, créant ainsi une chaîne conductrice. Cette théorie suppose alors que les grains soient suffisamment nombreux et petits pour que leurs poids individuels soient négligeables devant les forces d'attraction dipolaire.
- Or Branly, lui-même, n'admet pas cette hypothèse car il démontre expérimentalement que l'on obtenait le même effet avec non seulement des billes macroscopiques où le poids devient significatif, mais encore avec des grains noyés dans de la résine pour bloquer un hypothétique déplacement dû à une attraction dipolaire.
- En 1900, K. Guthe réalise même l'expérience avec seulement deux billes, ce qui invalidait définitivement la thèse du dipôle.
- Le premier à avancer l'idée que le contact pouvait s'effectuer par microsoudage entre les grains sous l'action d'une onde électrique fut O. Lodge en 1894.
- Après 60 années de désintérêt pour l'effet Branly, du fait de la découverte de la triode à vide en 1906, puis, bien après, des semi-conducteurs, dans l'emploi des récepteurs, les recherches sur une explication de cet effet ont repris. En 1960 à Lille, on explique l'effet Branly par une attraction à la fois électrostatique (comme Guthe) et moléculaire, laquelle était responsable du maintien de la conductibilité après cessation de l'onde électrique.
- En 1975, à Grenoble, on invoque le phénomène de claquage diélectrique de la couche d'oxyde qui enveloppe inévitablement les grains ou les billes métalliques.
- En 1997, la transition vers la conduction, suite à une excitation sous ddp > 500 V est visualisée pour la première fois par caméra thermique.
- En 2003, on s'intéresse plus particulièrement à l'excitation par étincelle, et en 2004, E. Falcon et B. Castaing [5] montrent dans les laboratoires de l'ENS Lyon, que la transition de conduction dans une chaîne linéaire de billes métalliques est la conséquence d'une micro soudure thermique occasionnée par l'échauffement local des microcontacts sous l'action d'une tension électrique continue par unité de contact relativement faible (0,4 V/unité de contact). C'est cette dernière piste qui semble privilégiée pour les bases d'une explication de l'effet Branly.
- Si aujourd'hui l'effet Branly ne présente plus guère d'intérêt en radiocommunication, en revanche il est d'un intérêt primordial pour comprendre, et donc se prémunir, des perturbations électromagnétiques sur les circuits (intérêt du blindage), et en particulier les risques d'incendie et d'explosion par les effets à distance de la foudre sur des installations utilisant des combustibles.
- Le regain d'intérêt pour l'étude des phénomènes de transition vers la conduction par effets de micro soudage et de contraintes mécaniques, en relation avec les états de surfaces en contact, se retrouve aussi dans les problèmes techniques de micro-relais MEMS (« Micro Electro Mechanical Systems »). Sur sujet consulter par exemple [6].

3 – Transition vers la conduction électrique de conducteurs électriques en contact, sous l'action d'une tension continue: approche par la théorie du micro-soudage des contacts

3.1 – Introduction

L'effet Branly a été observé avec un champ électromagnétique ondulatoire (ou instationnaire) donc dont les grandeurs (tension) dépendent d'une fréquence. Si l'on considère, comme hypothèse de travail, que c'est une augmentation de tension qui est suffisante pour provoquer entre les conducteurs granulaires

des phénomènes de conduction par micro-soudage des contacts, alors on peut s'intéresser, dans un premier temps pour confirmer l'hypothèse, à une source de tension continue. C'est ce qui a été fait par exemple dans [5].

Dans ce paragraphe, l'effet d'une source de tension continue est présenté sur les bases suivantes:

- Entre les bornes d'un dispositif simulant un cohéreur soumis à une tension continue U et parcouru par un courant I , la caractéristique courant-tension I - U , donc la mesure de la résistance du dispositif R , présente un comportement d'hystérésis qu'il s'agit d'expliquer.
- Aux valeurs faibles du courant I , et pour une force de serrage des conducteurs F fixée, la caractéristique montre un comportement ohmique (I et U sont proportionnels). La résistance correspondante R_c dépend de la force de serrage F , du nombre de passages du courant entre les contacts (passages discoïdes), de la surface totale des contacts et de la résistance de film d'oxydes toujours présents à la surface des conducteurs. Aux faibles valeurs de I , en outre, la caractéristique est réversible.
- Aux valeurs plus élevées du courant I , la tension atteint un plateau: c'est la tension de saturation U_0 , quasiment constante lorsque I augmente (donc la résistance R diminue de manière significative). Lorsque U_0 est atteinte, le courant I diminue jusqu'à atteindre une valeur correspondant à une résistance R_{ob} , appelée « résistance de contact froid » (cette appellation sera justifiée plus loin). Cette diminution du courant correspond à la partie irréversible de la courbe d'hystérésis de la caractéristique I - U (figure 3) [15].

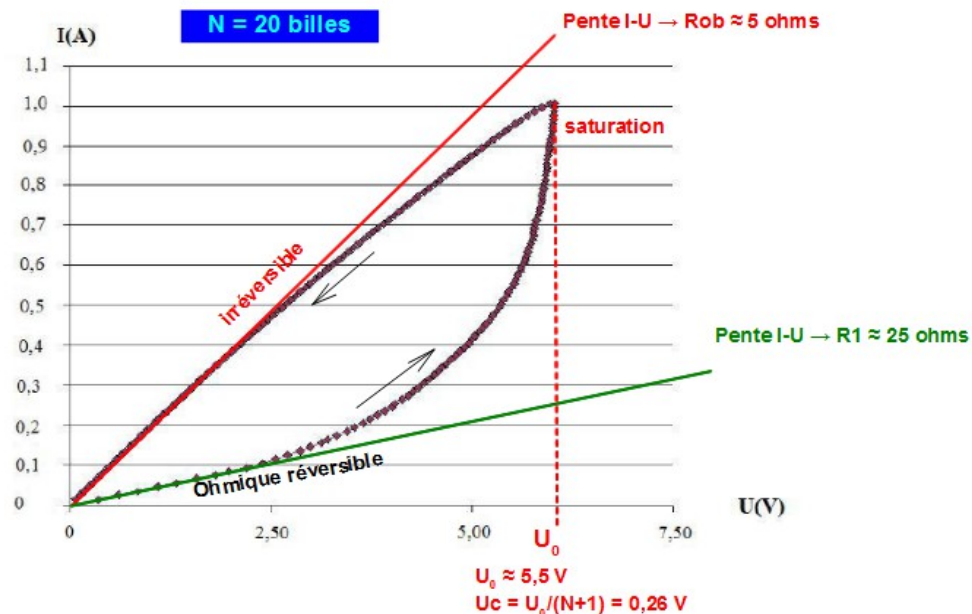


figure 3 – Comportement en hystérésis de la caractéristique I - U d'une chaîne linéaire de billes conductrices en contact serrées par une force F . l'ordre de grandeur des valeurs est donné pour une chaîne de $N = 20$ billes d'acier. La pente de la partie ohmique fournit la résistance R_1 ($I/U = 1/R_1$) tandis que celle du retour, aux faibles I , fournit R_{ob} ($I/U = 1/R_{ob}$) (d'après [15])

Dans la suite, nous verrons:

- comment un modèle approché de conduction entre contacts fournit R_1 pour la partie ohmique;
- l'origine de la tension de saturation U_0 : elle est due à l'atteinte d'une température maximale T_m entre les contacts par effet de conduction thermique (**modèle de Wiedemann-Franz** [7]).
- la résistance R_{ob} atteinte lors du retour de la courbe d'hystérésis: l'hypothèse, développée dans [5], est fondée sur un phénomène de couplage électrothermique des contacts entre les billes métalliques, responsable du passage du courant à travers ces contacts induisant leur échauffement local. Celui-ci entraîne à son tour un élargissement de la zone de contact qui favorise la conduction. La température atteinte au terme de l'échauffement est de l'ordre de 1000°C . Le modèle ainsi développé permet de montrer que R_{ob} dépend de I , du nombre de contacts série N et de T_m . Ses résultats théoriques sont en accord avec les résultats expérimentaux.

- La dépendance de la résistance à la force de serrage F est difficile à obtenir. Il est certes clair qu'une force élevée entraîne une augmentation de la surface de contact des billes, ce qui favorise la conduction. Malheureusement, chaque nouvelle mesure nécessite de supprimer la cohésion des conducteurs (par un choc donné au dispositif, comme on l'a vu) et donc de modifier la configuration géométrique de la chaîne: c'est pourquoi les courbes expérimentales $R = f(F)$ montrent une très grande dispersion.

3.2 – Résistance de contact électrique

La résistance de contact électrique dépend directement du contact mécanique entre conducteurs.

L'interface du contact électrique met en jeu:

- des aires de contact électrique incluses dans des aires de contact mécanique (nécessairement plus étendues);
- une aire de contact apparente, qui englobe la somme des aires de contacts électrique et mécanique;
- la force avec laquelle ces aires de contact sont maintenues entre elles. Soit F cette force, que l'on suppose normale, c'est-à-dire perpendiculaire aux surfaces.

Ces contributions sont illustrées à la *figure 4*.

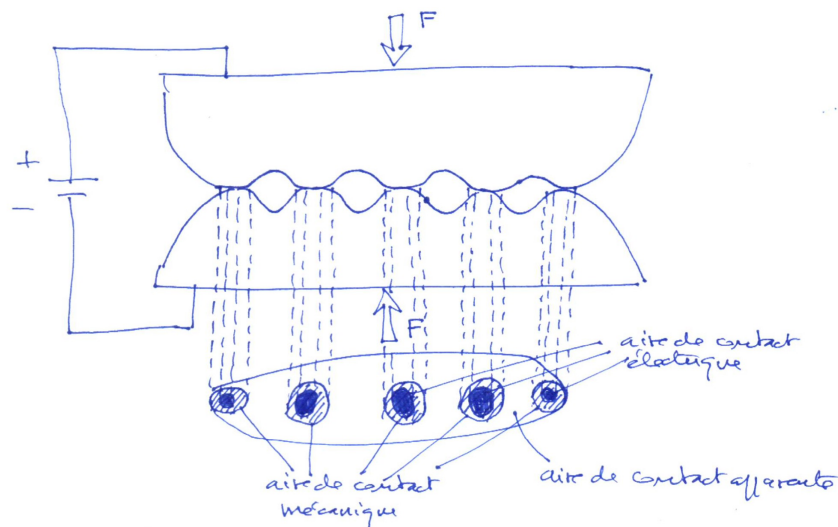


figure 4 – Aires de contact apparente, mécanique et électrique

Deux contacts conducteurs, de rayons de courbure locale r_1 et r_2 , en contact sous l'action d'une force normale F , produisent une surface de contact, que l'on suppose circulaire, de rayon moyen a donné par la formule de Hertz [8]:

$$a = \left(\frac{3r_c}{4E} \right)^{1/3} F^{1/3} \quad (1)$$

où $1/r_c = 1/r_1 + 1/r_2$ est la courbure du contact local, et E le module d'Young équivalent des solides en contact.

Dans la zone de contact, le libre parcours moyen des électrons est L , c'est une propriété directement liée à la conduction. Pour caractériser l'importance relative du libre parcours moyen et de la surface à travers de laquelle les électrons se propagent, on utilise le ratio L/a qui définit le **nombre de Knudsen** K :

$$K = \frac{L}{a}$$

NB: dans les matériaux faiblement conducteurs K est très faible.

Examinons les valeurs limites de K :

- $K \ll 1$: le régime est ohmique (la tension est proportionnelle à l'intensité du courant dans le milieu). Le **modèle de Maxwell** [7], déduit de la loi d'Ohm, donne comme résistance de contact:

$$R_1 = \frac{\rho}{2a} \quad (2)$$

où ρ est la résistivité du matériau en contact.

- $K \gg 1$: le régime est balistique (la relation tension-intensité n'est pas linéaire). Le **modèle de Sharvin** [9] donne:

$$R_1 = \frac{4\rho L}{3\pi a^2} \quad (3)$$

La résistance est inversement proportionnelle à la surface de contact.

- $K \approx 1$: selon Wexler [10], la résistance de contact est une combinaison de celle de Maxwell (2) et de celle de Sharvin (3):

$$R_1 = \gamma(K) \frac{\rho}{2a} + \frac{4\rho L}{3\pi a^2} \quad (4)$$

où $\gamma(K)$ est un coefficient qui dépend du nombre de Knudsen: on a $0,6 \leq \gamma(K) \leq 1$.

Quelques ordres de grandeur sont donnés dans le *tableau 2*:

matériau	ρ ($10^{-8} \Omega\text{m}$)	L (nm)	R_1 (Ω)		
			Maxwell a ~ 1 μm	Sharvin a ~ 1 nm	Wexler a = L, $\gamma = 1$
argent	1,59	53	0,008	357,7	0,277
cuivre	1,67	39	0,008	276,4	0,396
or	2,35	36	0,012	359	0,603

Tableau 2 – Valeurs de quelques résistances de contact

Si l'on reste dans le domaine $K \ll 1$ et si l'on considère que, de manière plus réaliste, le courant traverse la surface entre les contacts à travers plusieurs passages et non plus un seul, on peut utiliser le **modèle de Holm** [7]. D'après ce modèle, les n passages discoïdes sont supposés identiques et suffisamment éloignés les uns des autres pour négliger leurs interactions mutuelles, et ils correspondent à n résistances en série de rayon a , en parallèle avec la résistance du disque qui les englobe (résistance d'interaction) de rayon R . Ainsi, au lieu de (2) on a:

$$R_1 = \frac{\rho}{2na} + \frac{\rho}{2R} \quad (5)$$

On obtient R_1 en fonction de n à la *figure 5* issue des données de [11].

résistance de contact selon Holm (relation (5))

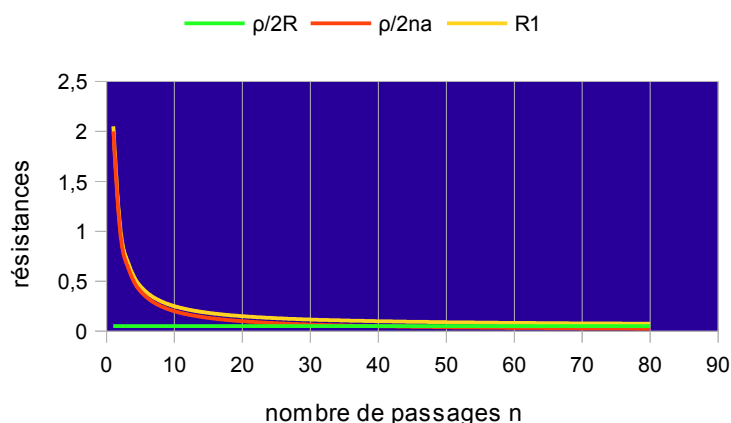


figure 5 – résistance de contact en théorie de Holm

De plus, les surfaces de contact sont généralement enveloppées d'un film d'oxyde plus ou moins isolant ou conducteur. Les électrons traversent cette couche par **effet tunnel** (phénomène quantique de franchissement d'une barrière de potentiel par une particule). Ce processus conduit à introduire, pour le film d'oxyde une résistivité supplémentaire: la résistivité surfacique d'effet tunnel σ_0 , exprimée en $\Omega.m^2$ [12]. Lorsque la couche d'oxyde est traversée par n passages discoïdes du courant, la résistance de contact due seulement au film d'oxyde dépend du nombre n de passages:

$$R_F = \frac{\sigma_0}{n \pi a^2} \quad (6)$$

L'épaisseur du film d'oxyde est de l'ordre de quelques nanomètres, et σ_0 est de l'ordre de 10^{-11} à 10^{-9} $\Omega.m^2$. La résistance de contact totale, aux faibles nombres de Knudsen, est donc la somme de celle donnée par le modèle de Holm (5) et de celle de la couche d'oxyde (6):

$$R_1 = \frac{\rho}{2na} + \frac{\rho}{2R} + \frac{\sigma_0}{n \pi a^2} \quad (7)$$

La résistance de la couche d'oxyde est plus grande que les deux autres. Elle est responsable du fait que le contact n'entraîne pas immédiatement le passage du courant. Comme elle varie en $1/a^2$, une surface élémentaire de contact plus grande favorise le passage du courant. Or le rayon de cette surface, a, augmente avec la force normale F appliquée sur la chaîne de conducteurs. Pour des surfaces de contact assimilées à des sphères, la relation entre a et F est donnée par la théorie de Hertz, relation (1). Ainsi pour vaincre la résistance de film, il faut une force de serrage élevée.

Par ailleurs, des études empiriques ont montré que le nombre de passages discoïdes n croît avec la force de serrage F selon la formule:

$$n \approx 2F^{0,8} \quad (8)$$

(F en newtons) [7]. Remplaçant dans (7) n et a respectivement par leurs expressions (8) et (1), on obtient la résistance de contact exprimée en fonction de la force de serrage F:

$$R_1 = \frac{\rho}{2R} + 0,28 \frac{\rho}{F^{1,13}} \left(\frac{E}{R_c} \right)^{1/3} + 0,47 \frac{\sigma_0}{F^{1,47}} \left(\frac{E}{R_c} \right)^{2/3} \quad (9)$$

Cette expression (9) ne convient pas cependant: le rayon de courbure R_c des sphères en contact, en toute rigueur, dépend lui aussi de la contrainte de serrage F. Aux valeurs élevées de F, l'écrasement entre les sphères ne peut plus être négligé, et les rayons de courbure tendent à devenir infinis, de sorte que le contact s'assimile plus à un appui élastique entre la base d'un cylindre et un plan (*figure 6*).

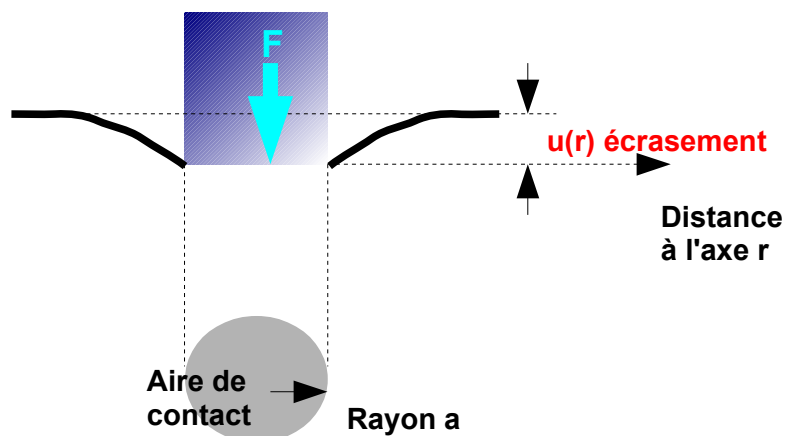


Figure 6 – géométrie du contact cylindre/plan en déformation plastique

Pour un cylindre infiniment rigide, de rayon a, en contact avec un plan élastique, sous l'action d'une force normale, on montre [13] que la distribution de pression à l'interface cylindre/plan (aire de de contact, $r < a$) est:

$$p(r) = p_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}}$$

avec $p_0 = F/\pi a^2$ pression maximale engendrée par la force d'appui, et que l'écrasement u (déformation de l'interface) vérifie:

- à l'intérieur de l'interface ($r < a$): $u = \frac{p_0 a}{E} \pi (1 - \nu^2) = \text{constante}$ (ν coefficient de Poisson)
- à l'extérieur et au voisinage de l'interface ($r > a$): $u(r) = \frac{2(1 - \nu^2)}{E} p_0 a \arcsin\left(\frac{a}{r}\right)$

Mais en réalité, le cylindre n'est pas rigide, il se déforme aussi. En régime parfaitement plastique (pression supérieure à la limite d'élasticité du matériau) la déformation de l'interface cylindre/plan est telle que le rayon de l'interface, a , augmente avec la force F selon [13]:

$$a = \sqrt{\frac{F}{\pi k \delta_M}} \quad (10)$$

où δ_M est la dureté de contact (dureté Meyer) et k un facteur empirique: $0,3 < k < 0,7$.

En utilisant (10), (8) dans (7), on obtient alors R_1 exprimée en fonction de la force de serrage F et de la dureté de contact δ_M :

$$R_1 = \frac{\rho}{2R} + \frac{\rho}{4 F^{0,9}} \sqrt{\pi k \delta_M} + \frac{\sigma_0}{2 F^{1,8}} \pi k \delta_M \quad (11)$$

(que l'on peut comparer qualitativement avec le tableau 1).

On voit donc que la résistance de contact diminue (et donc la conduction est favorisée) lorsque la force de serrage augmente et pour des duretés de contacts petites (matériaux relativement mous).

3.3 – Échauffement des contacts: tension de saturation U_0

Chaque fois qu'un flux d'électrons traverse une surface de contact, celle-ci s'échauffe par effet Joule. On s'attend donc à ce que la tension produite aux bornes des contacts soit reliée à leur température. A l'équilibre thermique cette tension correspond à la tension de saturation telle qu'observée dans les expériences de [5] sur l'effet Branly en tension continue.

L'établissement du lien entre la tension de saturation et la température au sommet de la courbe d'hystérésis de la caractéristique $U-I$ (partie réversible), repose sur la **théorie de Kohlrausch** [13].

Pour la partie retour de l'hystérésis, nous verrons comment calculer la résistance de contact froid R_{0b} par la **théorie de Wiedemann-Franz** [7].

Selon la théorie de Kohlrausch, les surfaces d'entrée et de sortie du courant au niveau des interfaces de contact, sont simultanément des surfaces équipotentielles électriques et des surfaces isothermes. Or, aux interfaces le flux de chaleur par conduction s'exprime selon la loi de Fourier:

$$\vec{j}_T = \lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$$

où T température et λ conductivité thermique des matériaux.

Le flux de charges électriques aux interfaces est, quant à lui:

$$\vec{j}_E = - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} \varphi$$

où ρ résistivité et φ potentiel électrique. Ce flux correspond à un courant d'intensité électrique:

$$I = \iint_S \vec{j}_E \cdot \vec{n} dS$$

à travers la surface de séparation S, de normale unitaire \vec{n} . La puissance électrique traversant l'interface est:

$$W_E = I \varphi = \varphi \iint_S \vec{j}_E \cdot \vec{n} dS = -\varphi \iint_S \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} \varphi \cdot \vec{n} dS$$

Quant à la puissance thermique traversant l'interface, elle vaut:

$$W_T = \iint_S \vec{j}_T \cdot \vec{n} dS = -\iint_S \lambda \overrightarrow{\text{grad}} T \cdot \vec{n} dS$$

L'hypothèse des équipotentielles conduit à l'égalité des flux:

$$\text{puissance thermique} + \text{puissance électrique} = 0$$

soit:

$$\iint_S \lambda \overrightarrow{\text{grad}} T \cdot \vec{n} dS = \varphi \iint_S \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} \varphi \cdot \vec{n} dS$$

quelle que soit la surface de contrôle (S), donc:

$$\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = \frac{1}{\rho} \varphi \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \varphi$$

d'où:

$$\rho \lambda dT = \varphi d\varphi$$

qui s'intègre en:

$$\frac{1}{2} \varphi^2 = \int_{T_0}^{T_m} \rho \lambda dT \quad (12)$$

(12) est la **relation fondamentale de Kohlrusch**. T_m est la température maximale atteinte à l'interface à l'équilibre thermique.

Si ρ et λ sont des constantes, entre T_0 (température ambiante) et T_m (température d'équilibre) du matériau, on déduit la **tension de saturation** à partir de (12):

$$U^2 = 2 \rho \lambda (T_m - T_0)$$

Si U est la tension aux bornes de l'interface de contact, la variation de tension aux températures T_0 et T_m est $\Delta U/2$ (le facteur $1/2$ provenant du fait qu'une face est liée à deux contacts, et donc:

$$(\Delta U)^2 = U_0^2 = 8 \rho \lambda (T_m - T_0) \quad (13)$$

La tension de saturation de contact ne dépend pas de la géométrie des interfaces de contact.

Or selon la **théorie de Wiedemann-Franz** [7], ρ et λ sont reliés par:

$$\rho \lambda = LT \quad (14)$$

où $L = \pi^2 k_B^2 / 3e^2 = 2,45 \cdot 10^{-8} \text{ V}^2/\text{K}^2$ est le **nombre de Lorentz**, k_B étant la constante de Boltzmann et e la charge de l'électron.

L'utilisation de (14) dans l'intégration de (12) donne alors en lieu et place de (13):

$$\varphi^2 = \frac{U_0^2}{4} = L(T_m^2 - T_0^2) \quad (15)$$

La tension de saturation U_0 correspond donc à une saturation en température T_m pour la transition. Avec $\varphi = 1\text{V}$, il vient $T_m^2 - T_0^2 = 0,5 \cdot 10^8 \text{ K}^2$ et donc $T_m = 10^4 \text{ K}$ qui est de l'ordre de grandeur de la température de destruction de l'oxyde. De même, $\varphi = 0,4 \text{ V}$ conduit à $T_m = 1050^\circ\text{C}$.

3.4 – Résistance de contact froid R_{ob}

On s'intéresse à présent à la partie « retour » de la partie réversible de la courbe d'hystérésis (non linéaire) de la caractéristique U-I, où apparaît la résistance de contact froid R_{ob} .

A la saturation, la température d'équilibre T_m qui a été atteinte, est suffisamment élevée pour que les microcontacts fondent et se soudent, réalisant ainsi un pont conducteur (diminution des résistances au niveau des microcontacts).

Les surfaces de contact étant soudées, elles sont stabilisées et ne changent plus, même au cours du processus de refroidissement qui caractérise la phase « retour » de la courbe caractéristique U-I non linéaire. Cette propriété justifie, au niveau des contacts, d'assimiler les surfaces isothermes aux surfaces équipotentielles. Grâce à cette hypothèse, jointe à l'équation de Kohlrausch (12) et à la relation de Wiedemann-Franz (14), il est possible de calculer R_{ob} (ou plus exactement IR_{ob}) en fonction de la tension appliquée U et de la température T_0 correspondant à l'état refroidi obtenu lorsque U diminue (phase retour).

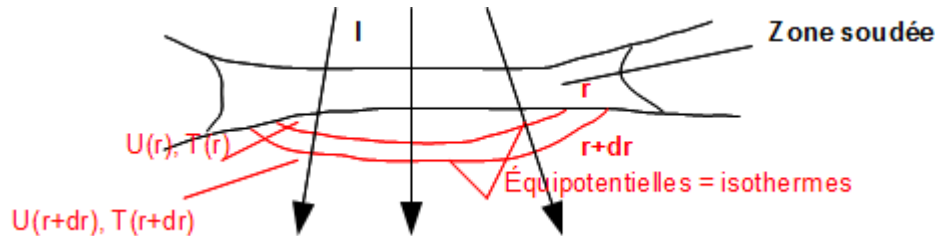


Figure 7 – Surfaces isothermes et équipotentielles au niveau des contacts soudés

La figure 7 illustre l'hypothèse que les isothermes sont les équipotentielles au niveau des contacts soudés. La variation de la résistance de contact R entre l'équipotentielle positionnée en r et celle positionnée en $r+dr$ dépend donc de leurs températures respectives $T(r)$ et $T(r+dr)$.

Or, pour tout isotherme on a :

$$dR(T) = \rho(T) du$$

où $\rho(T)$ est la résistivité, qui dépend de la température T , et u un facteur lié uniquement à la géométrie (par exemple, pour un fil de section s et de longueur L on aurait $u = L/s$). On a donc une relation entre la résistance et la température T , et celle à la température T_0 de l'état refroidi :

$$\frac{dR(T)}{\rho(T)} = \frac{dR_{ob}(T_0)}{\rho_0(T_0)} \quad (16)$$

Or, les isothermes étant aussi les équipotentielles, on a pour les tensions φ :

$$\frac{d\varphi(T)}{\rho(T)} = \frac{d\varphi_0(T_0)}{\rho_0(T_0)} \quad (17)$$

La relation de Kohlrausch (12), écrite dans le sens du refroidissement, devient alors :

$$\frac{1}{2} \varphi^2 = - \int_{T_m}^{T_0} \rho(T) \lambda(T) dT$$

et par différentiation :

$$\varphi d\varphi = - \rho \lambda dT$$

que l'on remplace dans (17) :

$$\frac{d\varphi(T)}{\rho(T)} = \frac{d\varphi_0(T_0)}{\rho_0(T_0)} = - \frac{\lambda(T)}{\varphi(T)} dT$$

On utilise la **loi d'Ohm** pour la tension à l'état refroidi :

$$dU(T_0) = I dR_{ob} = 2 d\varphi_0(T_0)$$

(le facteur 2 provient de ce qu'une face est liée à deux contacts), ce qui, compte tenu de (16) donne :

$$IdR_{ob} = \frac{\rho_0(T_0)}{\rho(T)} IdR(T) = \frac{\rho_0(T_0)}{\rho(T)} d\varphi(T)$$

Utilisant alors (18), il vient:

$$IdR_{ob} = -\rho_0(T_0) \frac{\lambda(T)}{\varphi(T)} dT$$

qui s'intègre, entre la température initiale T_m correspondant à la saturation, et la température finale T_0 de l'état refroidi:

$$IR_{ob} = -\rho_0 \int_{T_m}^{T_0} \frac{\lambda(T)}{\varphi(T)} dT \quad (18)$$

Pour calculer (18) il faut connaître la variation de la conductivité $\lambda(T)$ en fonction de la température T . Pour cela, nous avons:

- d'une part, la relation de Wiedemann-Franz (14):

$$\lambda(T) = L \frac{T}{\rho(T)}$$

où L est le nombre de Lorentz;

- d'autre part, pour les métaux, la résistivité $\rho(T)$ croît linéairement avec la température:

$$\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0))$$

où α est le coefficient thermique de la résistivité. Pour les métaux purs, α varie comme: $\alpha \approx 1/T_0$, et pour les alliages $\alpha \approx 1/\varepsilon T_0$, où ε dépend de l'alliage (pour un acier il est de l'ordre de 4). Il s'ensuit:

$$\lambda(T) = \frac{L}{\rho_0} \frac{T}{1 + \alpha(T - T_0)} \quad (19)$$

Par ailleurs, $\varphi(T)$ est obtenue par intégration de (12), compte tenu de (14), entre T et T_0 :

$$\varphi^2(T) = L(T^2 - T_0^2) \quad (20)$$

qui correspond à (15) lorsque $T = T_m$.

L'utilisation de (19) et de (20) donne pour (18):

$$IR_{ob} = -\rho_0 \int_{T_m}^{T_0} \frac{L}{\rho_0} \frac{T}{1 + \alpha(T - T_0)} \frac{1}{\sqrt{L}} \frac{1}{\sqrt{T^2 - T_0^2}} dT$$

ce qui donne, tout calcul fait (cf. [14]):

$$IR_{ob} = 2 \frac{\sqrt{L}}{\alpha} \int_0^{\theta_0} \frac{\cos \theta}{\left(\frac{1}{\alpha T_0} - 1\right) \cos \theta_0 + \cos \theta} d\theta \quad (21)$$

avec: $\cos \theta_0 = \frac{T_0}{T_m}$

et T_m donnée par (15):

$$T_m = \sqrt{T_0^2 + \frac{U_0^2}{4L}} \quad (22)$$

Si N éléments conducteurs sont en série (par exemple N billes d'acier), le même courant I les traverse, mais la tension aux bornes de chacun d'eux est $IR_{ob}/(N+1)$: dans ce cas, dans la relation (22) il faut remplacer U_0 par $U_c = U_0/(N+1)$ (tension par nombre de contacts); (21) et (22) sont alors:

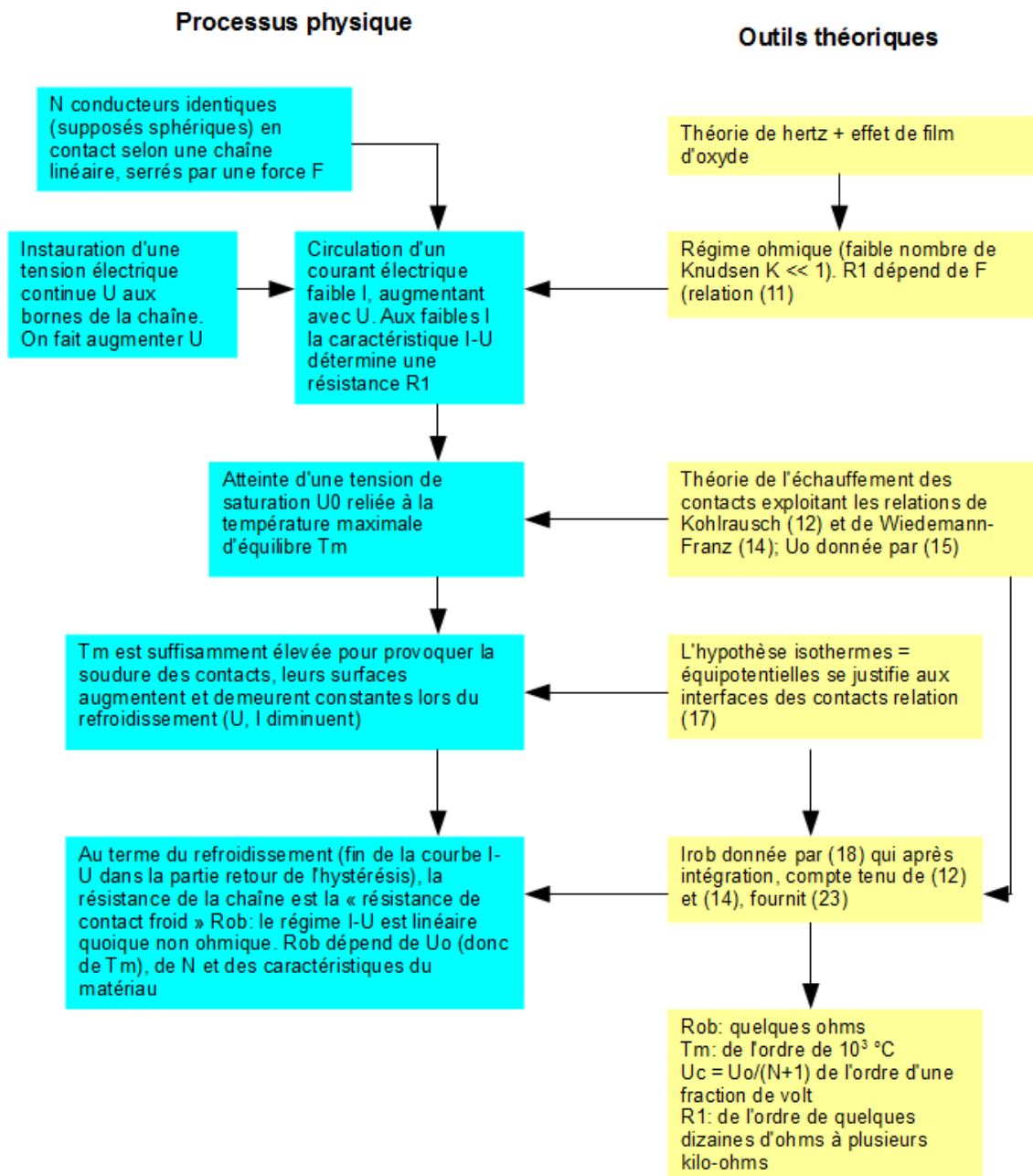
$$IR_{ob} = 2(N+1) \frac{\sqrt{L}}{\alpha} \int_0^{\theta_0} \frac{\cos \theta}{\left(\frac{1}{\alpha T_0} - 1\right) \cos \theta_0 + \cos \theta} d\theta \quad (23)$$

avec: $T_m = \sqrt{T_0^2 + \frac{U_0^2}{4L(N+1)^2}}$

On a vu que $U_c = U_0/(N+1)$ est de l'ordre de 0,4 V et que T_m est de l'ordre de 1050°C. La tension par contact correspondant à la résistance de contact froid, $IR_{ob}/(N+1)$, dépend seulement des propriétés physiques du métal (L , α), de la température à l'état refroidi T_0 , de la tension de saturation par contact $U_0/(N+1)$, et du nombre d'éléments en série N , et elle ne dépend pas de la géométrie des contacts. R_{ob} est de l'ordre de quelques ohms.

4 – Conclusion, résumé

On la représente par le logigramme suivant:



Références

- [1] Édouard Branly: *Variations de conductibilité sous diverses influences électriques* – Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris 111, 785-787 (1890)
- [2] R. Holm: *Electric Contacts Handbook* – Springer Verlag, Berlin, 1958; 3rd edition Sec. IV, pp. 398
- [3] R. Gabillard: *L'onde électrique* 71, 7 (1991)
- [4] E. Falcon, B. Castaing: *Propriétés électriques de la matière granulaire: « L'effet Branly continu »* - Bulletin de la SFP (148) mars 2005
- [5] E. Falcon, B. Castaing: *Electrical conductivity in granular media and Branly's coherer: A simple experiment* – Am. J. Phys. 73(4), April 2005
- [6] Pierre-Yves Duvivier: *Étude expérimentale et modélisation du contact électrique et mécanique quasi statique entre surfaces rugueuses d'or: application aux micro-relais MEMS* – Thèse de docteur, École Nationale Supérieure des Mines, 2010
- [7] R. Holm: *Electrical Contacts* – Springer Verlag, Berlin, 2000 (4th ed.)
- [8] Heinrich Hertz: « *J. reine und angewandte Mathematik* », 92(156), 1882
- [9] Y. V. Sharvin: *A possible method for studying Fermi surfaces* – Sov. Phys. JETP 21: 655-656, 1965
- [10] G. Wexler: *The size effect and the non local Boltzmann transport equation in orifice and disk geometry* – Proc. Phys. Soc. 89: 927-941, 1966
- [11] J. A. Greenwood: *Constriction resistance and the real area of contact* – Brit. J. Appl. Phys., 17, 1966
- [12] L. Féchant: *Le contact électrique: Phénomènes physiques et matériaux* – Hermès, Paris, 1996
- [13] F. Kohlrausch: *Über den stationären temperaturzustand eines elektrisch geheizten leiters* – Ann. Phys., 1, 132-158, 1900
- [14] E. Falcon, B. Castaing, M. Creyssels: *Nonlinear electrical conductivity in a 1D granular medium* – Eur. Phys. J. B. 38, 475-483 (2004)
- [15] Rémi Desbuquois, Jonathan Freundlich: *Propriétés électriques d'un milieu granulaire conducteur*