

ACCUEIL

## Interprétation de la physique quantique : La physique quantique est-elle une théorie complète ?

*Philippe Cristofari, Frédéric Élie, Colette Garaventa*  
juin 1980

CopyrightFrance.com

*La reproduction des articles, images ou graphiques de ce site, pour usage collectif, y compris dans le cadre des études scolaires et supérieures, est INTERDITE. Seuls sont autorisés les extraits, pour exemple ou illustration, à la seule condition de mentionner clairement l'auteur et la référence de l'article.*

Le document ci-après a été rédigé en 1980 pour le certificat « épistémologie et histoire des sciences » de la maîtrise de l'université Aix-Marseille I (université de Provence), sous la direction de Georges Chappaz. Alors que, à cette époque les expériences d'Alain Aspect n'étaient pas encore réalisées et que, bien évidemment, on n'en connaissait pas les conclusions (lesquelles devaient trancher en faveur de la complétude de la physique quantique et de l'étonnante propriété de non-séparabilité de la réalité physique), ce rapport rassemblait les interrogations alors en vogue sur l'interprétation de l'onde quantique et de sa réduction. Il présente :

- les inégalités de Bell, qui fournissent le critère mathématique d'existence de paramètres cachés dans l'onde quantique,
- une réflexion sur la notion de théorie physique et son application à la théorie quantique
- l'historique des échanges entre deux géants de la physique : Albert Einstein, qui contestait le caractère complet de la théorie quantique, sur la base du paradoxe EPR, et Max Born, l'un des leaders de l'Ecole de Copenhague, optant pour l'inverse

Aujourd'hui, depuis les premières expériences du test des inégalités de Bell, et les travaux d'Anton Zeilinger qui laissent entrevoir l'application de la non-séparabilité d'états quantiques intriqués à la cryptographie, voire à la future informatique quantique, ce débat semble dépassé et offrir seulement un intérêt épistémologique (sur la nature des modèles de la physique) et historique.

L'article ci-après est la retranscription fidèle, et sans réajustements, du manuscrit de l'époque et le contenu de chacun de ses chapitres n'engage que leurs auteurs relativement à leurs opinions du temps où ils écrivirent ces lignes, et qui ont pu évoluer depuis. Il doit être lu, aujourd'hui, à la lumière de l'état de la physique quantique actuelle.

### SOMMAIRE

***Chapitre 0: introduction - Philippe Cristofari***  
**PREMIERE PARTIE**

[Chapitre 1](#) : notions sur les modèles en physique - Frédéric Élie

[Chapitre 2](#) : le schéma prévisionnel de la mécanique quantique - F. Élie

DEUXIEME PARTIE

[Chapitre 3](#) : petit regard critique sur la mécanique quantique – Ph. Cristofari

TROISIEME PARTIE

[Chapitre 4](#) : correspondance Born-Einstein (1916-1955) - Colette Garaventa

## CHAPITRE 0 INTRODUCTION

par Philippe Cristofari

A la fin du dix-neuvième siècle, la physique est une affaire terminée : **Newton** et **Maxwell**, le premier grâce à sa mécanique, le second grâce à la théorie de l'électromagnétisme, ont établi une fois pour toutes les lois qui régissent l'univers. La mécanique newtonienne permet de déterminer le mouvement des corps matériels, et les équations de Maxwell ont fait la synthèse de tout ce qui constituait auparavant, en matière de rayonnement, des disciplines bien distinctes : électricité, optique, magnétisme. En somme, toutes les grandes idées ont été émises, et s'il reste encore une certaine unification à faire, un formalisme à améliorer, quelques constantes à calculer, le contentement est de rigueur dans le monde scientifique. Et Lord **Rayleigh**, physicien de grande renommée et de grande valeur, peut même déclarer : « *Il ne reste que deux expériences à examiner, et c'est l'affaire des années à venir : l'effet photoélectrique, et le rayonnement du corps noir.* »

Le corps noir ! C'est-à-dire le récepteur intégral, dont le coefficient d'absorption des radiations est égal à l'unité. Le type même d'un bon corps noir est une enceinte percée d'un petit trou, recouverte intérieurement d'une couche assez épaisse de noir de fumée. La radiation qui pénètre par l'orifice se retrouve en quelque sorte « prisonnière » à l'intérieur de la boîte. Si l'on chauffe le corps noir, il émet évidemment un rayonnement, devenant extrêmement lumineux, blanc jusqu'à l'éblouissement (exemple du charbon qui, quand on le chauffe devient rouge, puis blanc). Le rayonnement émis par un corps noir chauffé observe, en accord avec la thermodynamique, les lois suivantes :

1 – La loi de **Lambert** : l'énergie rayonnée par un corps noir quelconque est la même dans toutes les directions, et ne dépend que de la température T à laquelle le corps est porté.

2 – La loi de **Kirchhoff** : l'énergie émise par un corps noir porté à la température T est plus grande que l'énergie émise par un corps non noir porté à cette même température.

3 – La loi de **Stefan-Boltzmann** : la puissance émise par un point du corps est donnée par la relation :

$$P = \sigma T^4$$

(où T est la température du corps noir, en degrés Kelvin, et  $\sigma$  la constante de Stefan, dans le système CGS,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-5}$ ).

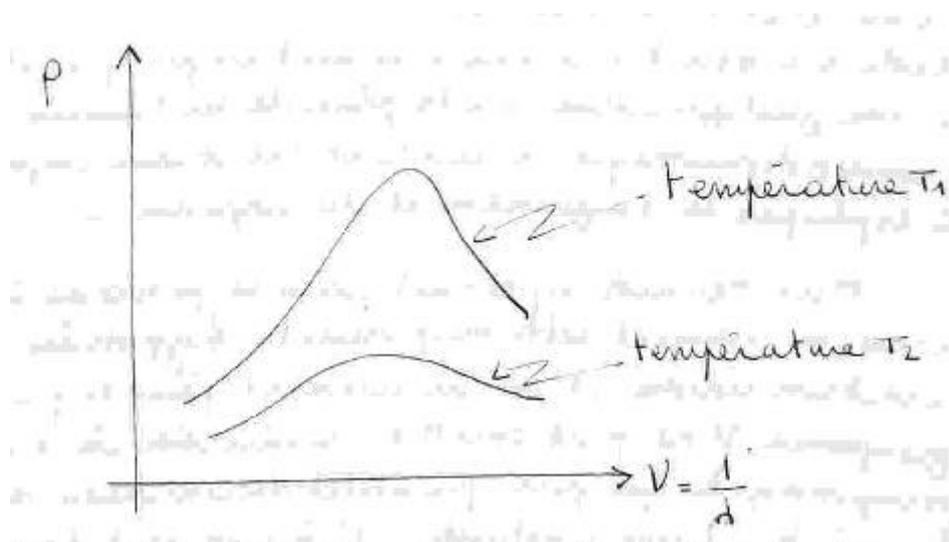
4 – La loi de **Wien** : la longueur d'onde correspondant au maximum de puissance rayonnée sous forme de radiations comprises dans un intervalle infiniment petit de longueur d'onde, est inversement proportionnelle à la température du corps noir. On a :

$$\lambda_m = A/T$$

(où A = 0,289 si  $\lambda_m$  est exprimée en centimètres).

On peut faire l'analyse spectrale du corps noir. Pour cela, on porte sur un graphique, en abscisse, les longueurs d'onde qui composent le rayonnement, et en ordonnée l'énergie

rayonnée correspondante. On obtient ainsi, pour chaque valeur de la température, une courbe en cloche :



La question qui se posa alors fut la suivante : quelle est la relation qui lie les trois grandeurs  $\rho$ ,  $\nu = c/\lambda$  ( $c$  vitesse de la lumière) et  $T$ ? C'était à première vue un simple problème de thermodynamique classique auquel s'attaquaient aussitôt **Jeans** et **Rayleigh**. Ils en donnaient rapidement la solution :

$$\rho(\nu, T) = 8\pi k\nu^2 T / c^3$$

(où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide,  $k$  la constante de Boltzmann).

C'est alors que se produisit la « catastrophe de l'ultraviolet » : la loi de Rayleigh-Jeans, qui ne s'écartait pas trop de l'expérience pour les basses fréquences, n'avait plus aucun rapport avec elle pour les hautes fréquences, dont le rayonnement était régi par la loi de Wien :

$$\rho(\nu, T) = C\nu^3 \exp(-D\nu/T)$$

(où  $C$  et  $D$  sont des constantes).

Cette loi était malheureusement empirique et sans aucune justification sur le plan de la théorie. La thermodynamique se révélait bel et bien impuissante à expliquer le rayonnement du corps noir.

**Max Planck** reprenait alors le problème à la base, en faisant cette surprenante hypothèse : un électron animé d'un mouvement périodique de fréquence  $\nu$  ne peut émettre ou absorber de l'énergie rayonnante que par quantités discontinues de valeur  $h\nu$ , où  $h$  est une constante. L'énergie peut donc seulement prendre les valeurs  $h\nu$ ,  $2h\nu$ ,  $3h\nu$ , etc. Sur cette hypothèse, Planck établit en 1900 la loi :

$$\rho(\nu, T) = 8\pi h\nu^3 / c^3 \times 1 / (\exp(-h\nu/kT) - 1)$$

dont l'accord avec l'expérience s'avère excellent. Les « fragments » d'énergie émis ou absorbés sont baptisés les « quanta ».

L'hypothèse de Planck est parfaitement révolutionnaire. En tenant compte du classicisme de la pensée scientifique de cette époque, cela revenait un peu à imaginer un ballon qui aurait le droit de rebondir à un mètre, deux mètres, ou trois mètres de haut, mais en aucun cas à un mètre quarante ou deux mètres soixante !

Partant des travaux de Planck, **Einstein** va, cinq ans plus tard, introduire la notion de photon :

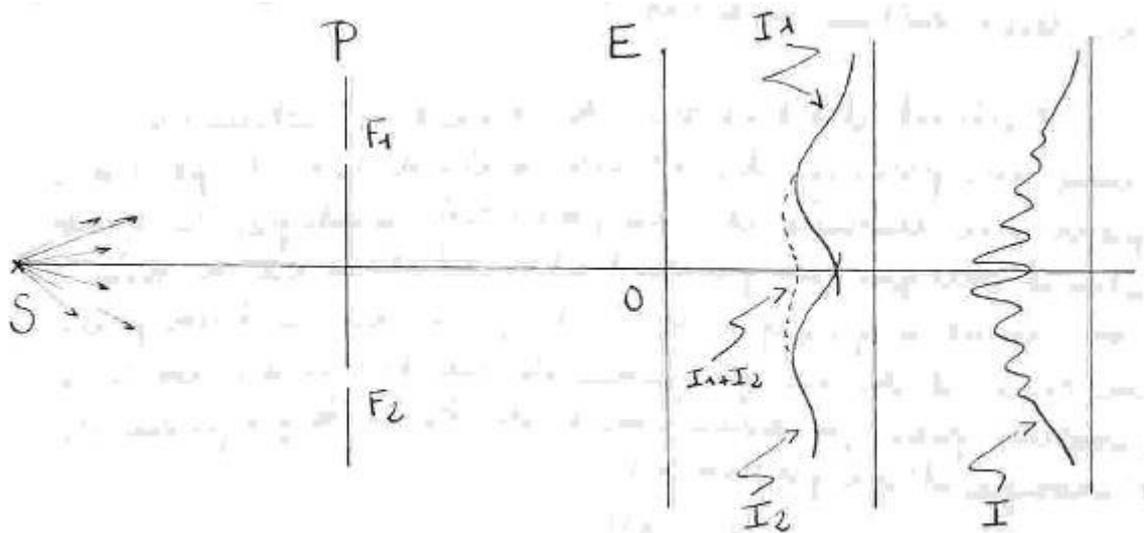
pour une lumière donnée, monochromatique, les quanta d'énergie qui peuvent être cédés à la matière sont égaux à  $q$ ,  $2q$ ,  $3q$ , ...,  $nq$ . L'énergie d'un photon dépend de la fréquence de la lumière considérée. Einstein pose que pour une radiation de fréquence  $\nu$ , l'énergie du photon est :

$$q = h\nu$$

(où  $h$  est la constante de Planck).

En cinq ans la physique vient de subir un bouleversement considérable, qui a notamment conduit à envisager de nouveau la lumière comme un phénomène corpusculaire. Mais ce n'est qu'une étape vers une conception plus élaborée du phénomène. En effet, nous allons voir qu'il n'est pas question d'abandonner totalement la théorie ondulatoire. Certains phénomènes typiquement ondulatoires mis en évidence par les expériences d'interférences et de diffraction seraient inexplicables dans un cadre purement corpusculaire. Nous allons le montrer en examinant l'expérience des franges d'**Young**.

Le dispositif de cette expérience est schématisé sur la figure ci-après :



La lumière monochromatique émise par la source  $S$  tombe sur une plaque  $P$  percée de deux fines fentes  $F_1$  et  $F_2$ , qui éclairent l'écran d'observation  $E$ . Si l'on obstrue  $F_2$ , on obtient sur  $E$  une répartition d'intensité lumineuse  $I_1$  qui est la tache de diffraction de  $F_1$ . De même, lorsque  $F_1$  est bouchée, la tache de diffraction de  $F_2$  a une intensité  $I_2$ . Quand les deux fentes sont simultanément ouvertes, on observe sur l'écran un système de franges d'interférences. On constate en particulier que l'intensité  $I$  correspondante n'est pas la somme des intensités produites par  $F_1$  et  $F_2$  séparément. On a :  $I \neq I_1 + I_2$ .

Émettons à présent les photons pratiquement un par un :

1 – Si l'on augmente suffisamment le temps de pose, de façon à recevoir quand même un grand nombre de photons sur l'écran, on constate que les franges ne disparaissent pas : il faut donc rejeter l'interprétation purement corpusculaire, selon laquelle les franges sont dues à une interaction entre photons.

2 – Si l'on expose au contraire l'écran pendant un temps assez court, pour qu'il ne puisse recevoir que quelques photons, on constate que chaque photon produit sur  $E$  un impact localisé, et non une figure d'intensité très faible : il faut donc rejeter également l'interprétation purement ondulatoire.

L'examen de ce « paradoxe » va conduire à une nouvelle notion, celle de la dualité onde-corpuscule, que l'on peut exprimer ainsi : *Les aspects ondulatoires et corpusculaires de la lumière sont inséparables. La lumière se comporte à la fois comme une onde et comme un flux*

de particules, l'onde permettant de calculer la probabilité pour qu'un corpuscule se manifeste. Cette dualité paraît aujourd'hui, il faut bien le dire, une image bien vieillotte et bien démodée, et juste bonne pour la préface d'un manuel d'optique. Mais elle a permis de jeter les bases d'une nouvelle théorie : la mécanique quantique. Nous en examinerons les postulats plus loin, mais indiquons tout de suite que l'état d'un corpuscule va y être caractérisé par une fonction d'onde  $\Psi(r)$  qui contiendra toutes les informations qu'il est possible d'obtenir sur le corpuscule. Quant à la fonction  $\Psi$ , et c'est là l'un des points les plus gênants de la jeune théorie, elle doit être interprétée comme une amplitude de probabilité de présence, ce qui va fatalement conduire, pour les phénomènes subatomiques, à l'abandon du principe de causalité et du déterminisme.

Einstein, parmi d'autres, n'aimait pas cette interprétation. Il n'aimait pas les éléments d'indétermination qu'elle contenait. Farouchement réaliste, il refusait cette vision chaotique d'un univers où « Dieu joue aux dés », où le savant construit la réalité entre les murs de son laboratoire. Pendant toute sa vie, il lutta contre la théorie qu'il détestait, et dont il avait pourtant la paternité. Et il trouva en face de lui des adversaires auxquels ses propres travaux avaient fourni des armes. En 1935, il publia avec Podolsky et Rosen un article intitulé « *La description de la réalité physique donnée par la mécanique quantique peut-elle être considérée comme étant complète ?* ». C'était le fameux « paradoxe EPR », toujours sujet à controverse, et que nous examinerons en détail.

Ce travail est divisé en trois parties. La première traite principalement de la notion de « théorie ». la seconde est une brève critique de la mécanique quantique. La troisième est une analyse de la correspondance entre Albert Einstein et Max Born, correspondance qui illustre bien les problèmes épistémologiques soulevés par le débat sur la mécanique quantique. Un débat qui, sous le vernis du formalisme et de l'expérimentation, est en fait la recherche d'une réalité en dissolution.

## **PREMIERE PARTIE**

### **CHAPITRE 1 QUELQUES NOTIONS SUR LES MODELES DE LA PHYSIQUE**

*par Frédéric Élie*

#### **1.1 – La notion de loi scientifique**

Dans ce chapitre nous allons essayer de dégager les notions usuelles de phénomène, de loi physique, d'expérience, de mesure et de théorie. Pour isoler toutes ces notions par des définitions, la méfiance est de rigueur : c'est un problème épistémologique très épineux où la naïveté mène parfois à l'erreur. Comme ce sujet nécessite des développements complexes, s'ils se veulent profonds, nous ne pouvons présenter ici, dans le cadre de cet exposé, ces notions que d'une manière assez simplifiée, assez « vague » et assez conventionnelle. Mais nous indiquerons brièvement les points qui, pour nous, se prêtent à discussion.

Le but de la physique est l'étude des phénomènes et de leurs causes génératrices. Donner une définition complète du phénomène est un problème non encore résolu, d'après nous. Disons cependant qu'un phénomène est quelque chose d'observable, soit de façon immédiate, soit de façon indirecte c'est-à-dire avec tout un dispositif expérimental. Déjà un problème se pose : est-il fondé de dire que n'est phénomène que tout ce qui est observable ? Ce que l'on observe dans une chambre à bulles est-il un phénomène représentant l'effet d'autres « phénomènes cachés » appelés « particules élémentaires », non observables directement mais considérés comme existant indépendamment de nous ? Dans la négative, les « particules élémentaires » ne seraient que des images, un moyen d'assembler sous une

même forme d'explications, un ensemble d'effets, qui sont des faits macroscopiques. Dans l'affirmative une « particule élémentaire » serait la cause dynamique des effets observés dans la chambre à bulles : on pourrait affirmer sa réalité.

Quoi qu'il en soit, l'observabilité directe ou indirecte est liée à la notion de discontinuité au sein d'un certain milieu de référence, une sorte de singularité dans un « espace-substrat » : n'est observable dans un certain milieu de référence que ce qui forme une discontinuité dans ce milieu qui se réduit souvent à l'espace-temps. La question que l'on peut se poser ici est de savoir qu'est-ce qui engendre ces discontinuités et comment ? C'est le problème de la « morphogenèse » dont il est hors de question de parler ici (voir [référence \[1\]](#)). Contentons-nous de faire la remarque suivante sur les discontinuités.

La révélation d'une discontinuité dans un milieu de référence (dont la nature reste à définir) n'est possible que si l'on procède à une comparaison, entre les « éléments » du milieu de référence, comparaison mettant en évidence des différences d'aspects ou de structures entre les éléments de l'objet observé et les autres (voir figure 1.1.1).

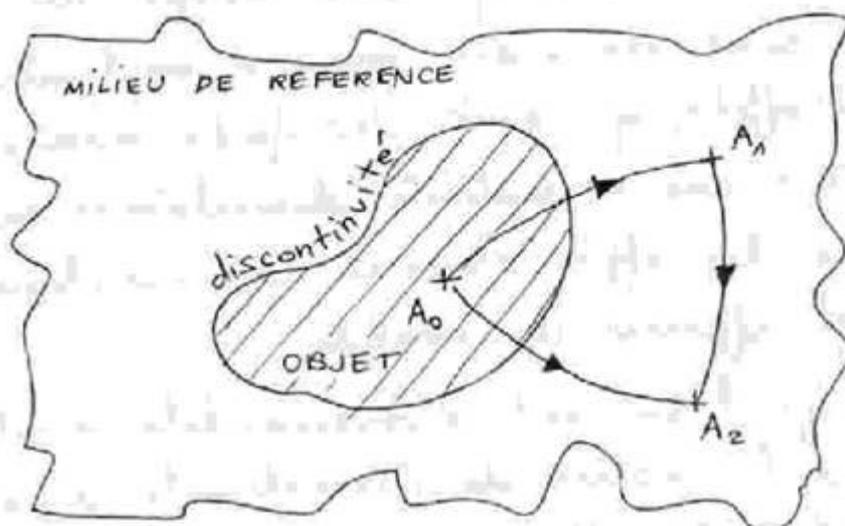


FIG. 1.1.1. - Les flèches représentent les comparaisons entre les éléments du milieu de référence. L'objet formant une discontinuité, les comparaisons révèlent une différence entre  $A_0$  et  $A_1, A_2$ , mais non entre  $A_1$  et  $A_2$ , relativement à une certaine propriété!

Tout ceci suppose que le milieu de référence puisse être muni d'une structure telle que, relativement à une certaine propriété, un critère de différence entre les éléments soit défini. Cette structure n'appartient pas en propre au phénomène correspondant, mais peut être superposée par l'homme, possibilité dont l'universalité n'est pas évidente. Remarquons, d'une part, que les révélations des discontinuités dépendent de l'échelle d'observation (vue de la Lune la Terre ne révèle aucun être humain, qui est une discontinuité), et d'autre part que les discontinuités sont relatives aux types de propriétés choisies par l'observateur : un objet peut se « détacher » du milieu de référence pour une propriété et rester indifférent pour une autre (par exemple, un crapaud vert sur un nénuphar vert ne s'en distingue pas pour la couleur, mais s'en distingue par le son, parce qu'un crapaud coasse et un nénuphar ne coasse pas !).

D'une façon générale, les discontinuités peuvent concerner des phénomènes comme le mouvement d'une planète, ou des propriétés comme l'énergie, la position, etc., et le milieu de

référence peut être un espace abstrait de dimension quelconque dont les points représentent l'état d'un système simple ou complexe. Lorsqu'une certaine partie de l'espace de référence ne se distingue pas de celui-ci relativement à une certaine propriété, nous dirons qu'elle est en indifférence, ou encore en équilibre relativement à cette propriété (Pourtant, parler d'une telle partie supposerait qu'elle se détache du milieu de référence ; en fait on choisit d'isoler cette partie « par la pensée » pour lui faire jouer un rôle théorique que toute autre partie non discernable du milieu de référence pourrait aussi bien jouer : on dit alors que c'est une partie virtuelle).

Un phénomène sera dit régulier s'il peut se reproduire identiquement à lui-même en tous lieux et en tous temps, c'est-à-dire si son transport dans tout autre lieu et dans toute autre époque n'affecte pas la discontinuité qu'il représente, ni la structure de son milieu de référence. Nous appelons alors **loi universelle** l'expression de la régularité d'un phénomène. Elle traduit en quelque sorte une certaine invariance relative à une propriété ou une structure.

Mais nous avons vu qu'une discontinuité, traduisant un phénomène, est révélée par des relations établies entre les éléments du milieu de référence. Or cela suppose que ces éléments soient considérés comme des phénomènes eux aussi observables, formant donc de nouvelles discontinuités obtenues par d'autres comparaisons au sein d'autres espaces de référence. Et ainsi de suite.

A priori on ne sait pas si ces déterminations successives, nécessaires pour révéler l'existence d'une discontinuité, admettent une limite, une discontinuité ultime irréductible à d'autres éléments. Cela laisserait supposer que la description de la nature nécessiterait une précision infinie dont l'absence gênerait tout savoir. Cela impliquerait qu'il faudrait avoir la perception infiniment fidèle des choses ; l'homme ne peut accéder à une connaissance sur la nature que s'il peut recourir à l'approximation, c'est-à-dire s'il peut négliger des quantités de données et faire apparaître sur celles que l'on considère une certaine invariance. On se demande alors si pour tout phénomène il existe toujours un domaine où l'on peut négliger une quantité de données au profit de la mise en évidence d'une certaine invariance.

Lorsque l'on pratique la science, on admet, pour les besoins de la cause, que cette question admet une réponse affirmative : c'est en quelque sorte un principe professionnel que l'on peut nommer **principe de négligeabilité**. On l'admet dans la mesure où il satisfait notre esprit : si nous ne pouvions faire abstraction d'une quantité de données liées au phénomène étudié, nous ne pourrions ni savoir ni agir. Dès lors, l'intervention des mathématiques dans l'étude de la nature est compréhensible, parce qu'en mathématiques on cherche à connaître des propriétés au maximum à partir d'un minimum de données, ce que l'on appelle **abstraction** ; et c'est bien ainsi que, selon nous, l'on aborde les phénomènes selon notre principe de négligeabilité. Ainsi, d'après notre opinion, les mathématiques, loin d'être un jeu gratuit, fournissent des outils et des méthodes qui permettent de procéder à des créations d'invariance, tout en négligeant des données superflues : ainsi s'expliquent les méthodes d'approximation, les conditions aux limites, les morphismes, etc., impossibles à réaliser sans l'Analyse, la Géométrie, l'Algèbre, etc. qui, pour si « esthétiques » qu'elles soient, ne doivent pas recevoir le statut d'objets de contemplations gratuites.

Etant donné qu'elle n'exige pas la connaissance d'une collection d'objets point par point, l'abstraction conduit à une mise en pratique plus aisée. L'abstrait ne va donc pas à l'encontre du concret, mais le facilite au contraire, du moins c'est ce que nous attendons de lui.

Par exemple, les notions de point, de droite, de plan, etc. permettent de raisonner avec précision sur quelque chose de construit, certes, mais qui représente des catégories d'objets dont la complexité réelle rendrait la connaissance impossible si l'on n'avait pas droit à la négligeabilité. Toutes ces notions n'existent pas dans l'univers et c'est pour cela qu'il y a toujours un écart expérimental.

Voyons maintenant rapidement comment l'on peut passer des faits singuliers à l'élaboration des lois universelles.

Un **fait singulier** est un événement bien isolé dans le temps et dans l'espace, non

susceptible forcément de se reproduire. Exemple de fait singulier : « Hier, il y eut un orage dans la vallée ». Exemple de loi universelle : « Les escargots sortent toujours après un orage ».

Or la connaissance scientifique, selon nous, repose très primordialement sur les faits singuliers, dans des observations particulières faites par des individus particuliers. Et l'un des grands problèmes de la méthodologie scientifique est de savoir comment affirmer des lois universelles à partir des faits singuliers. C'est ce que l'on appelle le **problème d'induction** en physique.

Le problème de l'induction est beaucoup trop complexe pour être décrit sous toutes ses formes ici. Signalons pour mémoire que la possibilité d'induire des lois à partir des faits singuliers n'est pas toujours aisée ni exempte de falsification, comme l'a montré par exemple **Karl Popper**.

Quant à nous, nous essayons d'identifier le problème à notre façon, avec l'exemple des orages et des escargots.

Des humains arrivent pour la première fois dans la vallée seulement habitée par des animaux et des végétaux. Après chaque orage ces pionniers s'aperçoivent que les escargots sortent. Ce sont des faits singuliers. Mais, après un nombre forcément fini de tels événements, les pionniers estiment qu'après chaque orage les escargots sortent *toujours*. Plus exactement ils se disent : « Après chaque orage, nous avons observé un certain nombre de fois, dans les mêmes conditions de la vallée, que les escargots sortent. Donc après chaque orage, dans ces mêmes conditions, les escargots sortent toujours ». Une telle conclusion, qui constitue une loi universelle, suppose deux choses que contiennent les termes « dans les mêmes conditions » et « toujours », supposition peut-être induite. En effet, d'une part, il se peut que les conditions naturelles de la vallée aient changé en réalité, mais que l'on puisse se permettre de négliger ses variations ; d'autre part, « toujours » suppose que dans ces conditions et après chaque orage, tous les escargots automatiquement effectuent leurs sorties comme s'ils n'avaient pas le choix, et qu'il ne se trouve aucun escargot pour déclarer : « Je décide que, même si l'orage a eu lieu et si la vallée est dans les mêmes conditions, de ne pas sortir, pour la bonne raison que je sais que mes actions ne sont pas corrélées avec les conditions météorologiques et zoologiques de la vallée ! ».

Cette objection met en cause le **principe d'inertie** : un système isolé au repos reste au repos, et s'il poursuit un certain mouvement il le conserve tant qu'aucune action extérieure ne soit venue le perturber ; autrement dit, le « système » n'a pas d'« imagination » propre pour le pousser à faire autre chose que conditionnent les événements extérieurs, et il ne fait rien de spontané.

De plus, on ne sait rien de vraiment certain sur les notions de « système » et d'« extérieur » : une étoile isolée qui explose brusquement semble réaliser un processus spontané, ne dépendant pas de l'extérieur ; en fait, elle respecte le principe d'inertie si l'on suppose qu'elle connaissait déjà un processus interne en évolution dont l'aboutissement est nécessairement dans l'explosion. Or cette supposition qu'un processus est déjà existant et se poursuit de lui-même sans cause extérieure, peut dans certains cas sembler induite.

Mais le principe d'inertie est une conséquence du principe de négligeabilité, puisque même si les « systèmes » possèdent une certaine spontanéité, les données multiples et imprévisibles qu'elle représente peuvent être négligées. Or un tel espoir ne vaut peut-être que localement.

Quant à l'invariance des conditions de la vallée, elle n'est peut-être pas à prendre en compte entièrement. Admettons par exemple que les hérissons soient les seuls prédateurs de nos malheureux gastéropodes et qu'ils aient horreur de chercher à manger après l'heure de l'orage. Si les escargots sortent après la pluie, alors qu'ils n'aiment pas forcément l'eau, c'est parce que c'est le seul moment où ils peuvent chasser un peu, sans danger : peut-être que si l'on enlevait tous les hérissons de la vallée, on verrait les escargots dehors en permanence.

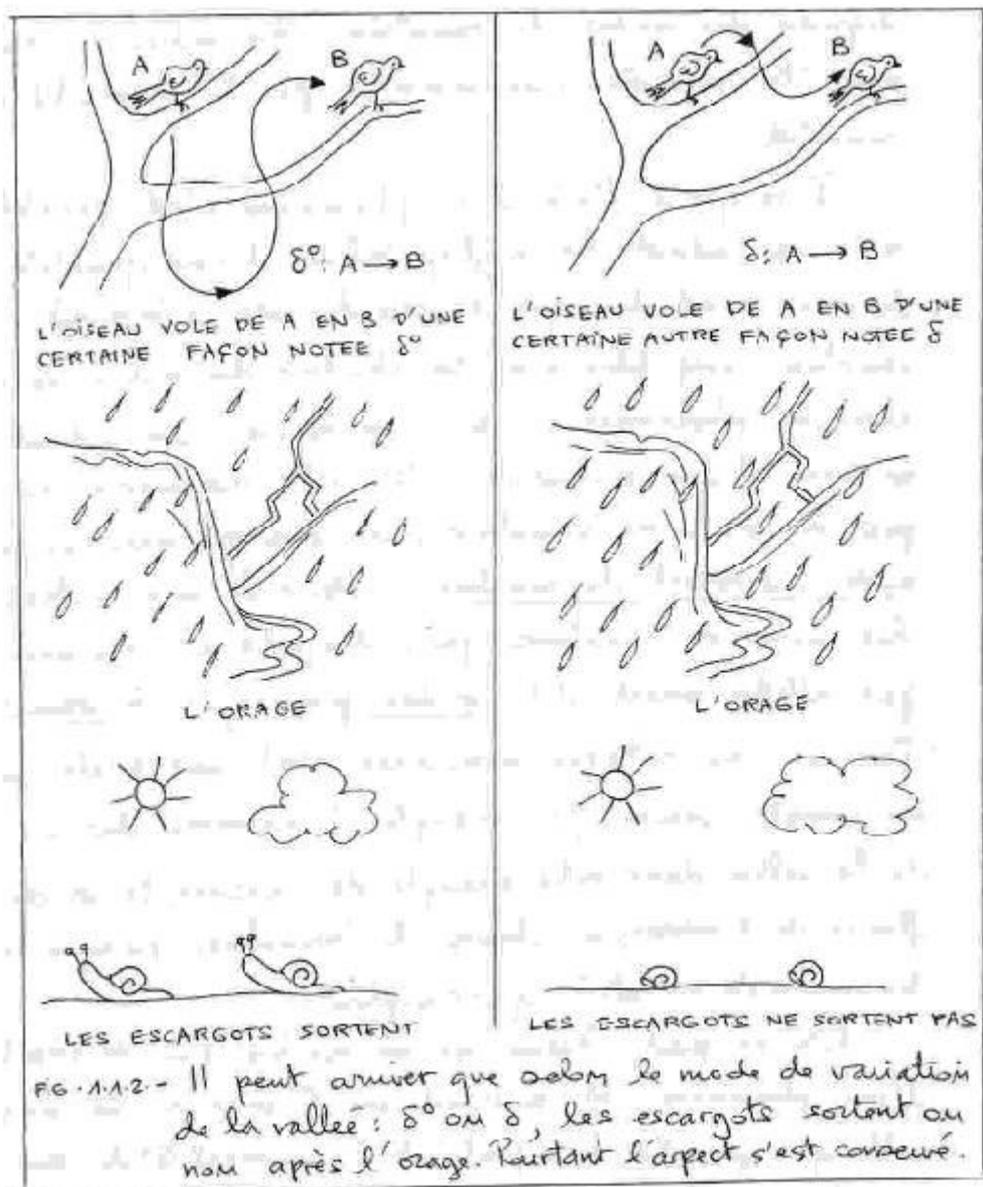
On peut aussi compliquer le problème en supposant que les escargots ne sont observables que de très près : or l'approche de l'observateur fait que les escargots rentrent, même après l'orage, ce qui fait que l'observateur conclut : « Les escargots ne sortent jamais après l'orage », alors que, sans l'observateur, les escargots sortent après l'orage. Mais, en voulant être rigoureux, il faudrait estimer que les escargots sortent après l'orage à condition que personne ne s'approche d'eux, ce qui fait qu'en réalité il faudrait énoncer : « Les escargots ne sortent pas toujours après l'orage » ; et si l'on ne dispose d'aucun moyen pour déterminer les cas où ils sortent, à cause

par exemple que négliger certains facteurs pour faire apparaître des causes principales est impossible, alors l'énoncé précédent ne peut être une loi universelle, mais est un énoncé probabiliste indéterministe. Comme on le verra, certains scientifiques pensent que l'on est dans une situation comparable en mécanique quantique.

Revenons maintenant à notre énoncé initial : « Dans les mêmes conditions de la vallée, les escargots sortent après l'orage ». En d'autres termes, on peut négliger les conditions autres que l'orage, susceptibles d'être responsables de la sortie des escargots. Les conditions de la vallée sont supposées telles que l'on peut négliger tous les facteurs sauf l'orage dont on peut dire qu'il conditionne la sortie des escargots.

En réalité la vallée subit toujours des variations, mais si celles-ci sont telles qu'on peut les négliger, alors elles sont compatibles avec le fait que l'on peut estimer que la vallée est dans les « mêmes conditions » telles que seul l'orage soit vu comme responsable de la sortie des escargots. On peut voir une variation comme le passage d'un état A à un état B. Le passage de A à B peut se faire de diverses façons : il existe divers modes de variations, du moins a priori. Donc il se peut que les modes de variations de la vallée ne soient pas tous sans influence sur la modification de la possibilité d'affirmer le lien orage-escargots, même si la vallée ne change pas d'aspect : si bien que, malgré l'apparence d'invariance de la vallée, malgré que celle-ci soit toujours dans les « mêmes conditions », on peut cesser brusquement un jour de voir les escargots sortir après les orages.

Prenons par exemple un oiseau de la vallée sur une branche A et supposons qu'il aille sur une branche B, toutes autres choses égales par ailleurs (voir figure 1.1.2).



Suivant la trajectoire suivie par l'oiseau, suivant le mode de variation, les escargots sortiront ou non après l'orage. Une telle corrélation nous paraîtrait surprenante et nous rappellerait les augures, mais cet exemple illustre le problème suivant : la régularité d'un phénomène peut dépendre des modes de variations du milieu de référence peut-être imposées inconsciemment par le dispositif expérimental.

Dire que l'étude d'un phénomène n'est possible que si l'on admet la négligeabilité d'une quantité de données, c'est-à-dire que si ces données subissent une variation compatible avec la structure du milieu de référence, alors le phénomène conserve sa forme : on admet l'existence d'une invariance. Si cette invariance ne dépend pas du mode de variation, on dira que celui-ci est un **mode indifférent de variation**. Dans le cas contraire, les modes de variations pour lesquels l'invariance n'est pas affectée seront dits **modes privilégiés de variation**. Dans ce cas certaines invariances n'ont pas à être prises en compte, comme par exemple l'invariance des conditions de la vallée dans notre exemple des escargots et de l'influence de l'oiseau qui change de branches, puisque ce sont les modes de variations qui comptent.

On ne peut observer qu'un nombre fini de répétitions d'un phénomène, et pourtant on l'érige en loi universelle qui garantit l'infinité et l'universalité de ses répétitions. Plus exactement, devant ces répétitions finies on suppose une invariance que l'on formule par une théorie mathématique : on dit que l'on a construit un **modèle**. Or d'après ce qui précède les hypothèses d'invariance greffées sur le phénomène sont peut-être indues, car on ne sait pas si le phénomène vérifie une régularité conditionnée par des modes privilégiés de variations. On ne

sait pas si les répétitions observées du phénomène ne se réalisent pas selon des contraintes inconsciemment créées par l'expérimentateur, et si l'induction adoptée pour créer la théorie, qui se veut concernant tous les modes de variations indifférents des facteurs du phénomène, ne devrait concerner en fait que les modes privilégiés de variations.

C'est pourquoi, dans l'affirmative, lorsque l'on cherche à vérifier expérimentalement la théorie, on peut se heurter au problème de la **falsification**. Telle que nous la concevons, celle-ci consiste à énoncer une théorie sur une catégorie de phénomènes auxquels on confère une invariance à mode indifférent de variation, et à soumettre les épreuves expérimentales à la théorie, alors que cette théorie ne concerne que des phénomènes ayant une invariance à modes privilégiés de variations. Dans ce cas, lorsqu'une expérience ne concorde pas avec les prévisions de la théorie, l'on a tendance à penser que l'expérience est erronée ou bien que la théorie est insuffisante, mais – contrairement à ce que l'on devrait faire – jamais l'on ne se dit que la recherche d'une invariance à modes indifférents de variations dans ces catégories de phénomènes est induite, car ne concernant que des modes privilégiés de variations que le dispositif expérimental entretient tout en répondant à un certain projet extérieur.

Naturellement, le problème est de pouvoir détecter les expériences falsifiables, et nous n'avons pour l'instant aucun moyen sûr. *Donc, pour l'instant, l'on ne peut que confondre les phénomènes à modes indifférents de variations et les phénomènes à modes privilégiés de variations.*

Mais si l'on accepte la possibilité de cette distinction, alors on admet que certaines invariances ne sont pas à prendre en compte pour certaines conclusions épistémologiques ou métaphysiques. Par exemple, en mécanique quantique, certaines invariances auxquelles correspondent des conceptions abstraites ne sont peut-être pas à considérer quand on conclut sur la non-séparabilité du réel (voir plus loin), car ces invariances sont peut-être liées aux modes privilégiés de variations dont la particularité peut influencer sur le caractère « ad hoc » de la théorie.

Méfions-nous alors des **expériences cruciales** qui prétendent délimiter certaines conceptions de l'univers, puisqu'elles peuvent se baser sur des phénomènes dont l'universalité de l'invariance n'est pas affirmée (i.e. on néglige indûment d'autres facteurs). Ainsi des expériences comme celle de **Michelson** ne marquent peut-être pas des « virages » épistémologiques (v. remarque 1), de même pour la « catastrophe ultraviolette » dont il fut question dans l'introduction.

**REMARQUE 1:** D'autant que l'expérience de Michelson était ignorée d'Einstein lorsqu'il fit les premières hypothèses sur la relativité. Il faut de plus mentionner que les transformations de **Lorentz**, retrouvées par la Relativité Restreinte grâce à l'hypothèse de la constance de la vitesse de la lumière, et de l'invariance du  $ds^2$ , ont été mises au point avant la relativité, pour des raisons « techniques » : il s'agissait de rendre compte de la covariance des équations de Maxwell que l'expérience suggérait.

Les expériences relatives au critère qu'offrent les inégalités de **Bell**, dont on parlera plus loin, et qui se veulent cruciales, doivent, pour les raisons évoquées ci-dessus, être accueillies avec réserve. De même, tout critère de réalité, comme celui d'Einstein-Podolsky-Rosen, que nous verrons dans cet exposé, doit être vu sans oublier le contexte historique et philosophique à la lumière duquel on saisit le projet recherché dans ce critère.

Si le but du scientifique est de consolider un consensus sur l'idée que l'on se fait sur une partie de la réalité, en ayant recours à la démonstration, il est aussi dans son devoir d'apprendre à remettre en cause certains consensus, et il est frappant que l'on dispose de beaucoup moins de moyens pour ceci et qu'aucune méthodologie critique ne soit appliquée.

Nous n'irons pas plus loin dans ces considérations. Nous retiendrons seulement que lorsque l'on veut parler des lois scientifiques, d'une manière autre que lorsque l'on s'attache à un empirisme local, on n'est pas plus à l'aise que Pandore, la créature d'Héphaïstos, lorsqu'elle ouvrit la fameuse boîte : des tas de problèmes, comparables aux Maux et aux Biens,

surgissent, et il ne reste que l'Espérance, du moins celle que les lois physiques, malgré leurs éventuels défauts épistémologiques, permettent une bonne performance expérimentale et technique.

C'est pourquoi, à un certain niveau, il convient de jouer le jeu : entendre par là qu'au niveau du travail concret du scientifique, force est d'oublier de vouloir savoir de quoi on parle vraiment, pour adhérer à un consensus sur le mode de travail expérimental dont la validité doit être considérée comme étant locale et limitée.

C'est ce que nous allons faire dans le paragraphe suivant où les notions développées sont inspirées de la terminologie de **Rudolf Carnap**.

## 1.2 – Notions de grandeurs

Trois types de concepts se rencontrent en physique : concept classificatoire, concept comparatif, et concept quantitatif.

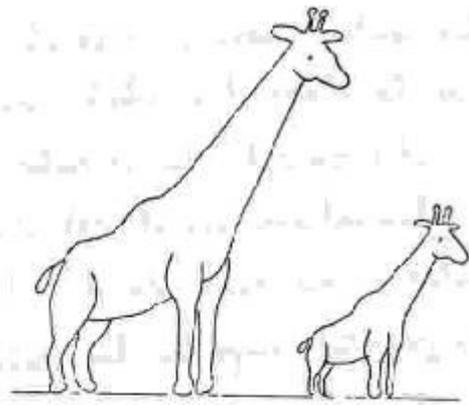
Le **concept classificatoire** situe un objet dans une classe déterminée, sans oublier les modes d'inclusion, c'est-à-dire de hiérarchie entre classes : « Le chat est un animal » signifie que la classe des chats est incluse dans celle des animaux. Un concept classificatoire apporte d'autant plus d'informations qu'il est lié à des classes plus « petites » au sens de l'inclusion.

Le **concept comparatif** exprime la relation qu'un objet entretient avec un autre objet, en termes de plus, de moins ou d'équivalent. Exemples : « plus chaud », « moins lourd », « de même couleur » (penser au crapaud sur le nénuphar !). Les critères de comparaison se basent sur des expériences relativement à la classe considérée. Ainsi le concept de poids n'est pas seulement un concept classificatoire : c'est un concept comparatif parce qu'il existe un critère expérimental qui permet d'établir des relations de comparaison (ordre et égalité) (v. remarque 2).

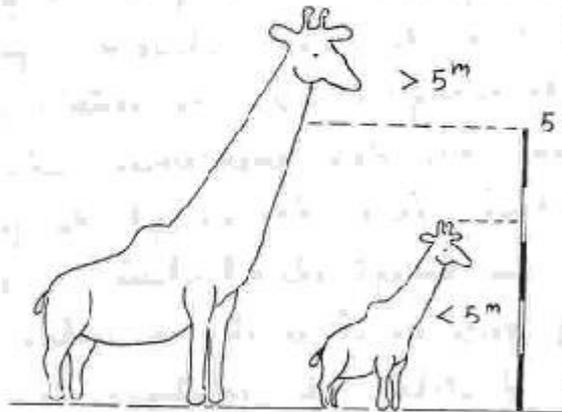
**REMARQUE 2** : Mais en toute rigueur, la différence entre un concept classificatoire et un concept comparatif n'est pas si nette : comme on l'a suggéré un objet, qui représente un concept classificatoire, s'obtient en tant que discontinuité par des comparaisons. Inversement, un concept comparatif peut définir de nouvelles classes, comme le suggère la figure 1.2.1.

En effet, il suffit d'une balance avec comme règles :

- 1 – Si les deux plateaux sur lesquels reposent les objets s'équilibrent, les objets sont dits de même poids.
- 2 – En cas de déséquilibre, l'objet qui fait baisser l'un des plateaux est dit plus lourd que l'autre.



CES DEUX GIRAFFES  
(UN PEU MONSTRUEUSES)  
N'ONT PAS LA MEME  
TAILLE : ELLES PEUVENT  
DONC APPARTENIR A  
DEUX CLASSES DIFFE-  
RENTES, MAIS CES  
CLASSES NE SONT PAS  
DEFINIES

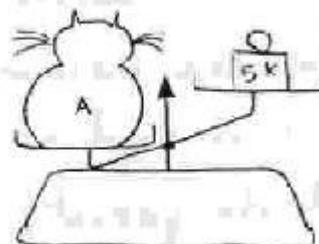
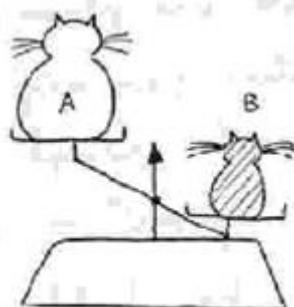


UN BATON D'UNE  
CERTAINE HAUTEUR  
PERMET DE DEFINIR  
DEUX CLASSES AUX-  
QUELLES LES GIRAF-  
FES APPARTIENNENT:  
CELLE DES GIRAFFES  
PLUS GRANDES QUE  
LE BATON ET CELLE  
DES GIRAFFES PLUS  
PETITES QUE LE MEME  
BATON

FIG. 1.2.1. - Fabrication de deux classes à partir d'une.  
Problème (ouvert) : peut-on fragmenter  
indéfiniment les concepts classificatoires  
au moyen de concepts comparatifs ?

Plus généralement les concepts comparatifs font appel aux relations d'ordre notées  $<$  et d'équivalence, notées  $=$ , qui doivent vérifier certaines conditions, les lois de **Hempel** par exemple :

- a) - Relativement au même concept comparatif,  $<$  et  $=$  doivent s'exclure mutuellement (c'est-à-dire que l'on ne peut pas avoir la situation de la figure 1.2.2).
- b) - Soient deux objets A et B ; ils doivent correspondre à l'un des trois cas suivants
  - (i)  $A = B$
  - (ii)  $A < B$
  - (iii)  $B < A$



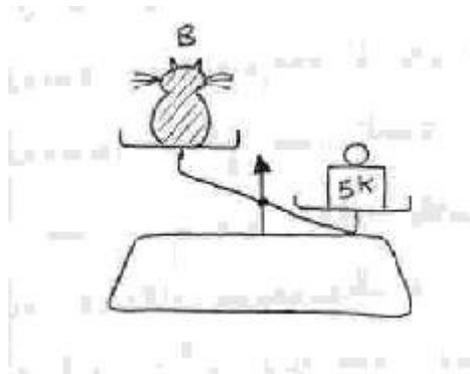


figure 1.2.2 – jeu : chercher l'erreur

Parlons maintenant du **concept quantitatif**. D'abord la différence entre le qualitatif et le quantitatif est-elle fondée dans la nature, ou bien est-ce un système qui tient à notre langage ? D'après **Sören Kierkegaard** par exemple, c'est le premier cas, et d'après Carnap, par exemple, c'est le deuxième cas. Quant à nous, nous sommes peut-être moins catégoriques : imaginons quelqu'un qui reçoit sur la tête une plume d'oiseau, puis une tortue, de la même hauteur (on néglige la résistance de l'air !). Disons que le concept quantitatif associé est l'énergie cinétique

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh$$

(h hauteur de chute, mg poids, v vitesse d'impact) : il est très faible pour la plume et assez élevé pour la tortue. Les effets qualitatifs ressentis par le passant seront différents mais le passant ne vivra jamais sa mésaventure en termes de grandeurs physiques : « mgh » ne remplacera pas la bosse sur la tête du passant ; le fait que le passant réalise que tout ceci n'est dû qu'à « mgh » ne changera pas la réaction de l'organisme sous forme de douleur et de bosses : tout au plus ressentira-t-il une certaine consolation à cette idée, ce qui, par voie psychosomatique, peut avoir d'heureux effets sur son prompt rétablissement.

Nous serions alors plutôt enclin à penser que seul le concept quantitatif tient au langage, qu'il est une domestication du qualitatif par voie de négligeabilité, et qu'il ne supprime pas l'objectivité d'un effet qualitatif réellement ressenti comme une douleur par exemple.

En somme, le quantitatif ne servirait que comme rapport de causalité à effet – forcément approximatif - : ainsi « mgh » nous apprend seulement que plus la tortue est grosse et tombe de haut, plus on a de chance d'avoir droit à une belle bosse.

Ceci étant, le concept quantitatif est directement lié aux notions de grandeurs physiques et de mesures. Il intervient si les phénomènes permettent de constater l'évolution d'un index ou d'une aiguille sur une échelle numérotée (un cadran par exemple) (exemples : index du mercure dans un thermomètre, mouvement de l'aiguille d'un galvanomètre...), ce qui permet d'attribuer à chaque position de l'index sur la ligne, un nombre, puisque l'on admet qu'à chaque point d'une ligne continue quelconque peut être associé un nombre réel (théorème de **Cantor-Dedekind**).

Pour donner un sens à des concepts quantitatifs (comme la longueur, la température, le flux lumineux...), il faut des règles qui définissent l'action de mesurer. Ces règles énoncent comment l'on peut assigner un certain nombre à un certain corps ou à une certaine action, et dire que ce nombre représente la valeur de la grandeur considérée pour ce corps ou cette action. Voici ces règles :

1 – REGLE D'EGALITE : Il existe une relation  $E_M$  entre deux objets a et b qui permet de dire que les deux objets auront pour la grandeur M des valeurs égales :

$$E_M(a,b) \Rightarrow M(a) = M(b)$$

2 – REGLE DE COMPARAISON : Il existe une relation expérimentale  $L_M$  entre a et b pour

laquelle la grandeur M sera moindre pour a que pour b :

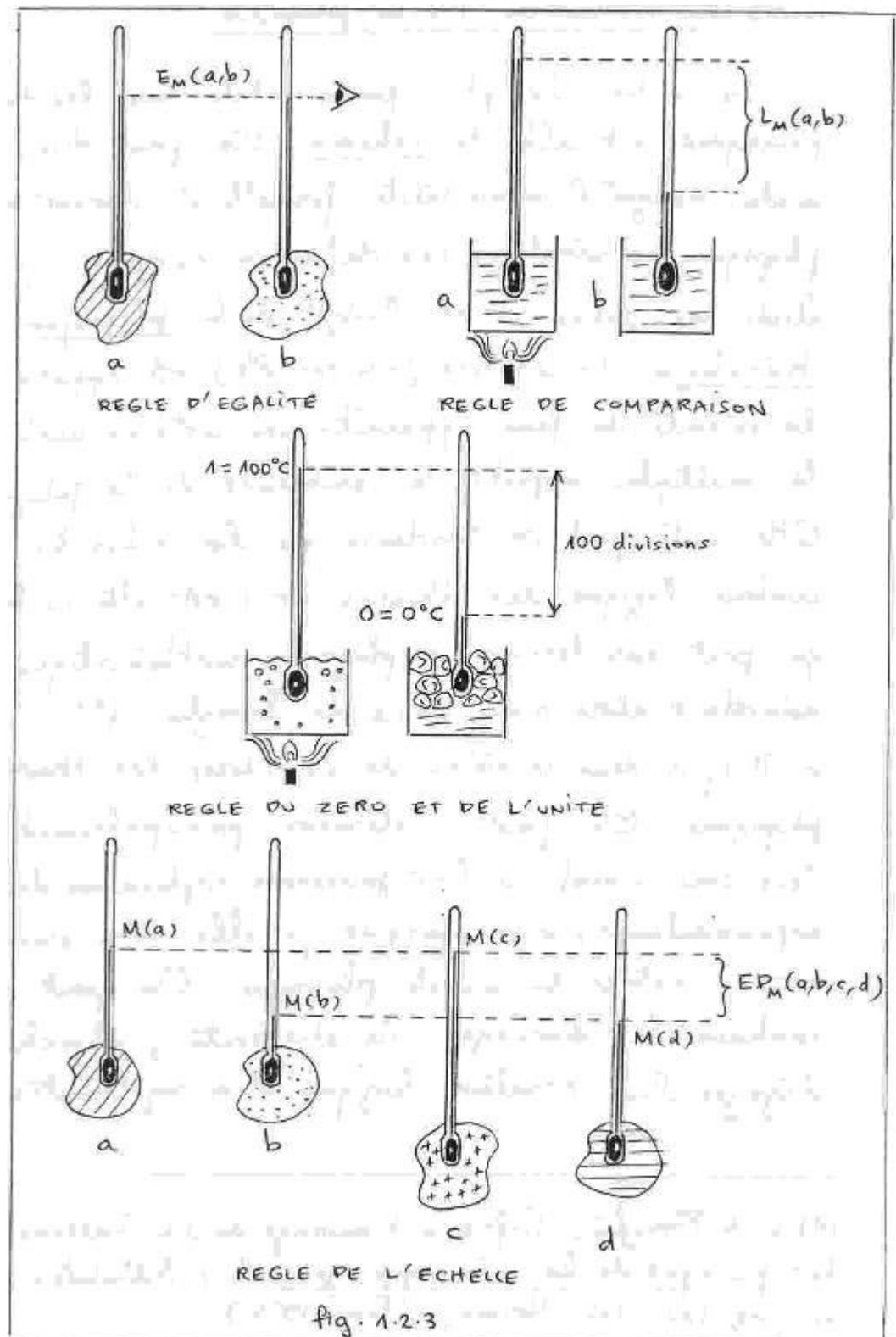
$$L_M(a,b) \Rightarrow M(a) < M(b)$$

3 – REGLE DU ZERO ET DE L'UNITE : Il existe un état de l'objet concerné par le concept quantitatif M, facilement reproductible, où l'on peut donner une valeur numérique particulière origine ou « zéro ». Il existe une autre valeur particulière de la grandeur M qui spécifie un autre état facilement reproductible, dite valeur « unité ».

4 – REGLE DE L'ECHELLE : Il existe certaines conditions expérimentales représentées par « ED<sub>M</sub> » réalisées pour quatre valeurs de M, pour lesquelles nous pouvons affirmer que la différence entre les deux premières équivaut à la différence entre les deux autres :

$$ED_M(a,b,c,d) \Rightarrow M(a) - M(b) = M(c) - M(d)$$

La figure 1.2.3 illustre ces règles à l'aide de l'exemple de la température.



33

Nous sommes maintenant en mesure de parler de la structure des théories physiques.

### 1.3 – La notion de théorie physique

La notion la plus fondamentale dans les théories physiques est celle de **schéma**. On peut dire, grosso modo, malgré l'impossibilité formelle de donner à la physique mathématique une définition complète, que l'étude des schémas est l'objet de la **physique mathématique**. Le schéma (ou modèle) est apparu avec la nécessité de faire apparaître une certaine unité dans les multiples aspects des problèmes de la physique. Cette unité peut se traduire par la

recherche du contenu logique des théories et c'est cette recherche qui peut caractériser la physique mathématique. Nous admettons alors avec **Louis de Broglie** ([référence \[2\]](#)) :

*« Il y a deux manières de considérer les théories physiques. On peut s'intéresser principalement à leur sens concret, à leur puissance explicative des faits expérimentaux, aux aperçus qu'elles nous ouvrent sur la nature du monde physique. On peut au contraire les envisager in abstracto ; chercher à dégager leur ossature logique et à systématiser du point de vue le plus général leur structure mathématique et leurs rapports mutuels. On a proposé très justement de distinguer ces deux tendances en disant que la première caractérise la physique théorique et la seconde la physique mathématique ».*

La physique mathématique doit être générale et plus formelle que la physique théorique. Elle doit aussi s'attacher à l'aspect logique des théories.

Les mesures physiques, avons-nous vu, concernent des variables numériques et utilisent des appareils de mesure. La physique ayant pour objet de relier entre eux les phénomènes, d'un point de vue méthodologique, elle discute donc sur des relations entre ces variables numériques, ce qui justifie l'intervention de l'analyse mathématique et l'usage d'espaces abstraits (variétés différentielles, espaces fonctionnels...) où ces relations sont le plus opératoires.

L'intervention des appareils de mesure dans l'étude des phénomènes permet aussi d'expliquer pourquoi la physique mathématique ne peut recevoir de définition complète. En effet, pour établir des lois physiques, les expériences sont nécessaires, donc aussi les appareils de mesure ; or la construction des appareils de mesure nécessite l'usage de ces lois (v. remarque 3). Il apparaît ici une sorte de « cercle épistémologique » dont on démontre qu'il peut être surmonté par une « dialectique » de caractère *sui generis* dite « **dialectique de l'objet matériel** » différente à la fois de la logique booléenne et des dialectiques philosophiques. Sommairement, cette dialectique consiste à corriger de façon réursive le caractère apparemment tranché entre les notions d'objets et de matière, pour aboutir à la notion d' « objet matériel ». Nous n'en parlerons pas ici.

**REMARQUE 3** : Il faut remarquer que ceci n'est vrai que d'un point de vue conceptuel, mais que c'est absolument faux d'un point de vue historique et social. En effet, par exemple, sans avoir créé un formalisme de la statique, les bâtisseurs de l'Antiquité et du Moyen Age purent construire des prodiges architecturaux ; c'est l'empirisme sans formalisation qui le permettait : il s'agissait bien d'un consensus sur la régularité des faits observés sans préméditation théorique.

D'autre part, « *Il est classique de présenter la locomotive comme une merveille de la science. Et pourtant, la construction de la machine à vapeur est inintelligible si on ne sait pas qu'elle est la solution d'un problème millénaire, proprement technique, qui est le problème de l'assèchement des mines (...). C'est la rationalisation des techniques qui fait oublier l'origine irrationnelle des machines* » (Ganguilhem, [référence \[3\]](#)).

Possédant un ensemble de résultats expérimentaux, il s'agit de déterminer les implications reliant les propositions expérimentales, ou bien encore, si l'on cherche la probabilité pour qu'un résultat soit observé, connaissant d'autres par ailleurs, des corrélations statistiques (v. remarque 4).

**REMARQUE 4** : Signalons un danger de falsification à propos de celles-ci. Quand un phénomène  $F(X,Y)$  semble dépendre de deux facteurs  $X$  et  $Y$ , il faut naturellement que  $X$  et  $Y$  soient indépendants, ce qui n'est pas certain parfois. La **réduction** (c'est ce que l'on traduit par la recherche de dépendance d'un phénomène par rapport à un minimum de facteurs indépendants) nécessite au préalable l'affirmation que ces facteurs sont indépendants, ce que l'on vérifie par des corrélations statistiques. Mais le choix et la définition de ces facteurs peuvent encore orienter les recherches vers une fausse piste.

Comme point de départ à ces structures on pose d'abord les axiomes dont on déduit les théorèmes dont les règles d'obtention sont celles d'une certaine logique. On distingue donc dans une théorie physique (nous nous inspirons des définitions de Paulette Février, [référence \[4\]](#), qui nous intéressent pour leurs pratiques méthodologiques) :

1 – **La synthèse inductive**, présentant les idées de base, les résultats déjà admis, et les intuitions directrices, inspirés par les faits singuliers.

2 – **L'énoncé axiomatique** qui, à partir de la synthèse inductive, pose les définitions, axiomes et règles de raisonnements, et constitue le cadre logique.

3 – **La partie déductive** où se trouvent l'ensemble des opérations déductives.

Ceci étant, toute théorie physique déductive doit vérifier les conditions suivantes :

4 – **Condition d'indépendance**. Elle définit les **termes primitifs** dont aucun d'entre eux ne doit s'expliquer par les autres (indépendance). remarquons cependant qu'un autre système de termes primitifs indépendants T1 peut se déduire d'un autre système de termes primitifs indépendants T2 et réciproquement. On dit alors qu'ils sont équivalents et on note :

$$T1 \Leftrightarrow T2$$

donc l'indépendance est définie à une équivalence près. On choisira néanmoins la théorie qui possède le moins de termes primitifs indépendants.

5 – **Conditions sur les postulats**. Les postulats sont des énoncés non démontrés qui doivent vérifier

- la condition d'indépendance,
- la non-saturation (facultative), c'est-à-dire la possibilité d'ajouter au système de postulats un postulat indépendant et consistant par rapport à ce système (c'est-à-dire tel qu'il n'apporte aucune contradiction),
- **condition de non-contradiction** : une fois définie la négation, notée  $\neg$  pour les propositions de la théorie Th, on énonce : *Th est non-contradictoire, c'est-à-dire quelle que soit la proposition p, on ne peut pas démontrer à la fois dans Th, p et  $\neg p$  suivant les règles de raisonnements adoptées.*
- **condition de consistance en soi (Post, 1921)** (facultative). Il existe des propositions dans Th qui ne peuvent être affirmées vraies ou fausses à partir des postulats : on les dits **indécidables** et elles doivent être présentes dans toute théorie non contradictoire (d'après **Kurt Gödel**, 1931),
- **condition de formalisation**. Chaque terme, chaque concept doit être remplacé par un symbole : les règles de définition sont alors les règles de manipulation de ces symboles et les règles de raisonnement sont les règles de manipulation des propositions dérivées des postulats. On dit qu'une théorie est complètement formalisée si sa logique est formalisée, et que la théorie est de caractère formaliste si tous les procédés de démonstration sont fixés par avance.

Donner une axiomatique et vérifier sa consistance logique n'est pas suffisant en physique. La physique est une science expérimentale dont le rôle essentiel est de relier et de prévoir les phénomènes. C'est pourquoi il nous faut d'abord admettre qu'une théorie physique est une théorie déductive qui doit contenir parmi ses termes les termes suivants : « système physique », « résultat de mesure », « prévision », et parmi ses propositions, des « énoncés de résultats de mesures », et des « énoncés de prévisions de résultats de mesures à partir des mesures déjà effectuées ».

Parmi les problèmes de l'épistémologie physique figure celui de l'interprétation de telles notions, et c'est notamment sur les notions de système physique, de mesure, d'appareil de mesure et de prévisions que porte la discussion actuelle à propos de la complétude de la mécanique quantique. Mais il convient qu'au sein d'une théorie donnée l'interprétation de ces termes importe peu pourvu qu'elle permette l'obtention de résultats expérimentaux selon les règles de déduction qui lui sont propres.

Une théorie physique concerne une certaine catégorie de phénomènes. Elle s'y intéresse dans la mesure où elle permet de négliger une quantité d'autres facteurs, et elle reste valide dans les domaines expérimentaux où cette négligeabilité est permise. D'où nous poserons que, pour qu'une théorie déductive soit acceptable comme théorie physique, il faut

qu'elle soit adéquate dans un certain domaine expérimental, dit **domaine d'adéquation**, défini par l'ensemble (D) des résultats de mesure à partir desquels on peut calculer des prévisions conformes aux observations expérimentales, lorsque ces prévisions fixent que les résultats de mesure appartiendront à l'ensemble (D).

Remarques :

- a) – Si Th' est une théorie partielle de Th alors  $(D') \subset (D)$  ;
- b) – certaines théories physiques peuvent délimiter elles-mêmes leurs domaines d'adéquation. Quoi qu'il en soit il n'y a jamais adéquation parfaite révélée par l'expérience ;
- c) – le passage d'un domaine d'adéquation à un autre se fait souvent par des conditions aux limites.

Souvent, en physique, une nouvelle théorie « remplace » une autre : on admettra que la condition nécessaire et suffisante pour qu'une nouvelle théorie Th remplace une théorie ancienne Th0 est qu'elle fournisse pratiquement les mêmes prévisions que Th0 dans le domaine d'adéquation (D0), en possédant un domaine d'adéquation  $(D) \supset (D0)$ . Ainsi, selon ce critère, la mécanique relativiste peut remplacer la mécanique classique puisque la première a un champ expérimental plus large que la seconde et permet de retrouver celle-ci en faisant  $v \ll c$ .

Nous allons parler maintenant de la méthode d'analogie, et d'abord nous dirons qu'un système (T, P) formé d'un ensemble (T) de termes et d'un ensemble (P) de propositions présente une **analogie** avec une théorie modèle Th<sub>M</sub> si l'on peut faire correspondre de façon multivoque à (T) un ensemble (T<sub>M</sub>) de termes de Th<sub>M</sub>, et à (P) un ensemble (P<sub>M</sub>) de propositions de Th<sub>M</sub> sous la condition que si deux propositions p, q de (P) sont telles que si p implique q alors leurs propositions associées p<sub>M</sub>, q<sub>M</sub> de (P<sub>M</sub>) sont telles que p<sub>M</sub> n'implique pas la négation de q<sub>M</sub> :

$$(\forall p, q \in (P)) (p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg (p_M \Rightarrow \neg q_M)$$

La méthode d'analogie consiste à transporter les propositions et les relations de Th<sub>M</sub> à la théorie Th, en adjoignant des éléments abstraits à Th capables de vérifier ces propositions et ces relations : on interprète ensuite ces éléments abstraits pour leur donner un sens physique. Nous donnons l'exemple de l'analogie entre l'optique géométrique et la mécanique, à l'origine de la mécanique quantique (v. remarque 5).

**REMARQUE 5** : Précisons que la méthode d'analogie dont il est question ici n'est pas celle qui consiste à transporter une théorie valable dans un certain domaine expérimental dans un autre encore inconnu, comme si l'on procédait à une comparaison, une similitude. Par ailleurs, l'exemple donné ci-après ne représente pas la façon dont s'est construite la mécanique ondulatoire. C'est Louis de Broglie qui a formalisé cette analogie et a retrouvé l'équation de **Schrödinger**.

Pour un système mécanique dont le lagrangien

$$L = T - W$$

(T énergie cinétique, W énergie potentielle) ne contient pas explicitement le temps t, on démontre que l'on a intérêt à utiliser l'action de **Maupertuis** :

$$M = A + Et$$

où E énergie (c'est alors ici une constante telle que  $E = T + W$ ) et

$$A = \int_{(t_0, t_1)} L dt$$

est l'action de **Hamilton**. On démontre que les équations du mouvement vérifient la condition de Maupertuis :

$$\delta M = 0$$

ce qui donne :

$$\delta \int_{(M_0, M_1)} [2m(E - W)]^{1/2} ds = 0$$

Or en optique géométrique, qui est une approximation de l'optique ondulatoire, les rayons lumineux suivent le principe de **Fermat** qui a la même forme que la condition précédente :

$$\delta \int_{(M_0, M_1)} n(x, y, z) ds = 0$$

où  $n$  est l'indice du milieu. On voit ainsi que deux réalités expérimentales différentes relèvent du même formalisme mathématique : les trajectoires d'un corpuscule de masse  $m$  et d'énergie  $E$  dans un champ dérivant d'un potentiel  $W$  indépendant du temps, sont identiques aux rayons lumineux monochromatiques (approximation géométrique) dans un milieu dont l'indice serait donné en chaque point par :

$$n(x, y, z) = K[2m(E - W)]^{1/2}$$

où  $K$  est un facteur de proportionnalité à déterminer : donc il doit exister une mécanique ondulatoire dont la mécanique classique est une approximation, de la même façon que l'optique géométrique est une approximation de l'optique ondulatoire.

Si l'on introduit la vitesse  $v$  pour le corpuscule et la vitesse de l'onde lumineuse  $u = c/n$ , on a en mécanique :

$$\delta \int_{(M_0, M_1)} [2m(E - W)]^{1/2} ds = \delta \int_{(M_0, M_1)} mv ds = 0$$

et en optique:

$$\delta \int_{(M_0, M_1)} ds/u = \delta \int_{(M_0, M_1)} ds/\lambda = 0$$

$\lambda$  étant la longueur d'onde, donc une identification analogique reliant l'onde à la quantité de mouvement (onde de De Broglie) par un facteur de proportionnalité  $h$  (constante de Planck):

$$\lambda = h/mv$$

Pour l'instant  $\lambda$  est, en mécanique, un élément abstrait, sans signification physique. On se contente de dire qu'un système d'ondes peut être associé à un corpuscule : la correspondance entre la propagation d'ondes et le mouvement du corpuscule implique une localisation spatiale de ces ondes donc un « paquet d'ondes », ce qui amène à considérer non la vitesse de phase  $u$  mais la vitesse de groupe  $v_g$  déduite par la relation de Rayleigh :

$$v_g = dv/d(1/\lambda) \quad (v : \text{fréquence})$$

puis on admet, toujours pour cette interprétation de  $\lambda$ , que la vitesse de groupe  $v_g$  des ondes associées est égale à la vitesse  $v$  du corpuscule :

$$v = v_g = dv/d(mv/h) = h/m \cdot dv/dv$$

d'où:

$$mvdv = h dv$$

donc par intégration:

$$h v = \frac{1}{2} m v^2 + f(x,y,z)$$

où  $f$  s'identifie à  $W$ , d'où finalement la relation de Bohr :

$$E = h v$$

En poussant l'analogie avec l'optique ondulatoire nous arrivons à l'équation d'onde correspondante pour la mécanique ondulatoire. En effet, on a vu que :

$$n(x,y,z) = K[2m(E - W)]^{1/2}$$

et il nous faut d'abord déterminer  $K$ . Or :

$$u = c/n = c/ n(x,y,z) = c/K[2m(E - W)]^{1/2}$$

mais nous savons maintenant que :

$$E = h v = \hbar \omega \quad (\omega = v/2\pi, \hbar = h/2\pi)$$

On sait d'autre part que :

$$1/v = 1/v_g = 1/u - (\omega/u^2) du/d\omega$$

donc avec les nouvelles relations, l'équation différentielle en  $K$  :

$$c(m/2)^{1/2} = (E - W)((2m)^{1/2}K + E(2m)^{1/2} dK/dE) + (m/2)^{1/2} KE$$

de solution:

$$K = c/E$$

l' « indice mécanique » vaut donc :

$$n(x,y,z) = (c/E)[2m(E - W(x,y,z))]^{1/2}$$

Nous sommes alors en mesure de donner l'équation d'onde correspondante. En optique ondulatoire on a :

$$\Delta\Psi - 1/u^2 \cdot \partial^2\Psi/\partial t^2 = 0$$

dont l'équation stationnaire est :

$$\Delta\Psi + \omega^2/u^2.\Psi = \Delta\Psi + n^2\omega^2/c^2.\Psi = 0$$

En écrivant  $\omega = E/\hbar$  et  $n = c[2m(E - W)]^{1/2}/E$ , cette équation devient l'équation d'onde stationnaire de Schrödinger :

$$-\hbar^2/2m.\Delta\Psi + W\Psi = E\Psi$$

L'équation non stationnaire en optique  $\Delta\Psi - 1/u^2.\partial^2\Psi/\partial t^2 = 0$  correspond à l'équation de Schrödinger non stationnaire :

$$-\hbar^2/2m.\Delta\Psi + W\Psi = i\hbar\partial\Psi/\partial t = \underline{H}\Psi$$

où  $\underline{H} = -\hbar^2/2m.\Delta + W$  s'appelle « hamiltonien ».

Désormais l'on dispose d'une fonction d'onde  $\Psi$  qui joue le rôle de fonction d'état d'un corpuscule, et ceci grâce à l'analogie entre l'optique et la mécanique qui a permis des interprétations opératoires. Il reste que la nature de la fonction d'onde reste pour l'instant étrange car sans signification physique. Il faut alors l'adjonction d'une condition sur elle, pour lui restituer un sens physique.

En effet, dans une théorie physique les quantités qui ont une signification physique sont reliées entre elles par des quantités qui n'en ont pas et qui servent d'outils de raisonnement et de calcul. Ces quantités abstraites doivent alors vérifier une condition qui leur permet d'être interprétées physiquement ou par rapport aux quantités physiques qu'elles relient. Ainsi dans l'exemple précédent  $\Psi$  n'a pas de signification physique. Or d'après l'analogie avec l'optique où les fonctions d'onde n'ont que leurs intensités de mesurables et donc qui ont un sens physique, les fonctions d'onde  $\Psi$  de la mécanique ondulatoire n'ont que leurs intensités de mesurables. Il faut alors qu'elles vérifient la **condition d'adjonction** :

$$\|\Psi\|_2^2 = \int_{(-\infty, +\infty)} \Psi\Psi^* dV = 1$$

où  $dV$  est la mesure-volume de l'espace des  $\Psi$ . Cette condition qui signifie que les fonctions d'onde  $\Psi$  sont des éléments de l'espace fonctionnel de **Hilbert**  $L^2$ , donne un sens physique à la fonction d'onde.

La mécanique ondulatoire a une logique plus faible que celle de la mécanique corpusculaire et l'optique qu'elle englobe. Cette logique est dite logique de complémentarité que nous allons développer un peu.

Nous verrons qu'en mécanique quantique il existe des grandeurs dites conjuguées  $p$  et  $q$  qu'il est impossible de mesurer simultanément avec une précision aussi fine que l'on veut, ce que montre l'inégalité de **Heisenberg** :

$$\Delta p \Delta q \geq \hbar$$

Elle supprime le déterminisme au sens classique et modifie la notion de particule. Les règles logiques sur la conjonction logique « et » sont modifiées car deux propositions  $P$  et  $Q$  telles que

$$P = (p \text{ a sa valeur dans } [p - \Delta p, p + \Delta p])$$

$$Q = (q \text{ a sa valeur dans } [q - \Delta q, q + \Delta q])$$

ne peuvent être affirmées simultanément, c'est-à-dire que l'on ne peut pas avoir «  $P$  et  $Q$  » : on dit que de telles propositions sont incomposables. Il faut donc prolonger le connecteur « et » en

lui donnant une signification convenable. On donne alors au produit logique de deux propositions incompatibles une valeur de vérité perpétuelle qui s'appelle le « faux absolu » noté « A », ce qui fournit une nouvelle logique non booléenne, dite de complémentarité : c'est une logique trivalente (V, F, A), irréductible à la logique classique booléenne.

On démontre plus généralement que dans une théorie où les propositions expérimentales satisfont à une condition de complémentarité (c'est-à-dire condition liée à l'impossibilité de mesurer simultanément deux grandeurs) il est nécessaire d'utiliser une logique de complémentarité, qui est irréductible à la logique classique.

## 1.4 – Schémas objectivistes et schémas prévisionnels

Trois notions caractérisent les schémas de la physique pour étudier un type de phénomènes :

- 1 – Un modèle du phénomène étudié dans l'**espace physique** lequel peut être représenté par l'espace euclidien  $\mathbf{R}^3$ , ou l'espace-temps à 4 dimensions, constitué de points et de champs.
- 2 – Un système d'**équations** (différentielles, aux dérivées partielles, intégral-différentielles...) décrivant les diverses lois du phénomène.
- 3 – Un espace abstrait où, soit le système étudié, soit les connaissances acquises sur lui, sont représentés par un seul point dans un espace dit **espace figuratif**, et tel que les lois d'évolution soient décrites par des conditions telles que la position initiale du point figuratif (ou d'un ensemble de points figuratifs) détermine les positions ultérieures du point figuratif (ou de l'ensemble de points figuratifs). cet espace est souvent une variété différentielle de dimension élevée ou un espace fonctionnel.

Exemple très simple : soit à étudier le mouvement d'un point M de masse m attaché par un ressort à O et se déplaçant suivant l'axe Ox (voir figure 1.4.1). L'espace physique est alors la droite des x sur laquelle on a défini une fonction potentielle :

$$W = \frac{1}{2} k x^2$$

dont se déduit le champ de force :

$$F = -dW/dx = - kx$$

Le lagrangien du système étant :

$$L = T - W = \frac{1}{2} m x'^2 - \frac{1}{2} k x^2 \quad (\text{où } x' = dx/dt)$$

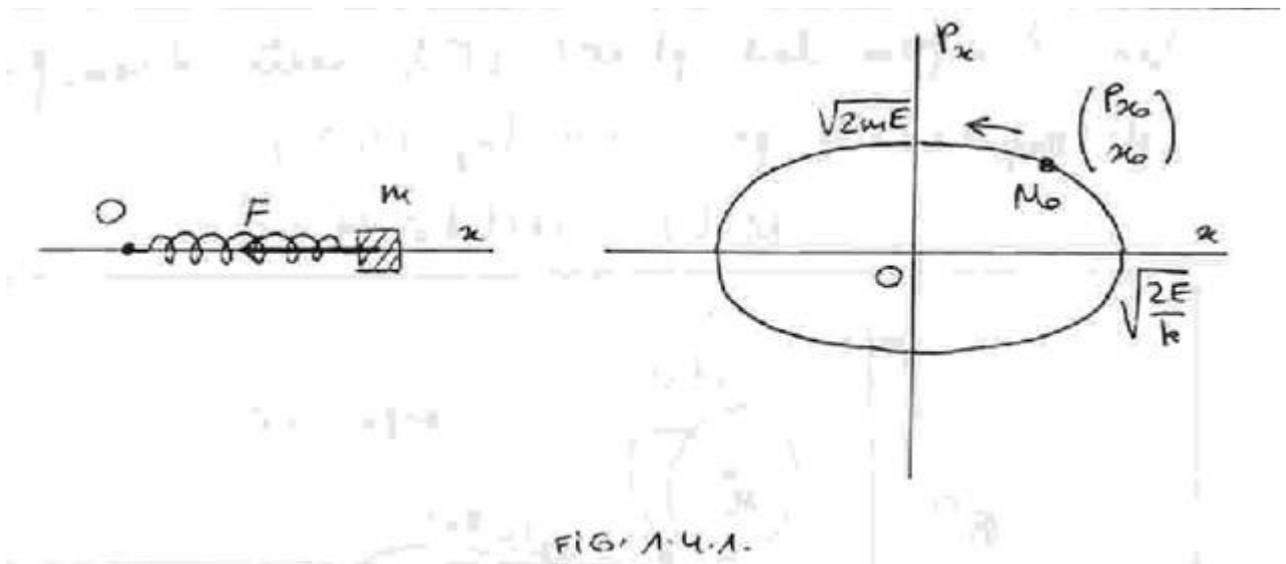
la variable conjuguée de x est :

$$p = \partial L / \partial x' = m x' \quad (\text{impulsion})$$

Le temps n'intervenant pas dans L, le hamiltonien  $H = T + W$  est égal à l'énergie E :

$$H = T + W = p^2/2m + \frac{1}{2} k x^2 = E$$

Si donc l'on choisit comme espace figuratif l'espace (x, p) (espace des phases) on voit que les mouvements du système sont représentés par une famille d'ellipses homothétiques, suivant les valeurs de E.



On dit que le schéma est **objectiviste** si les points figuratifs caractérisent l'état du système (comme dans l'exemple ci-dessus) avec les conditions suivantes :

a1) – A partir de la position du point figuratif à l'instant  $t$  on peut calculer la valeur de toute grandeur expérimentale  $A$  à ce même instant  $t$  :

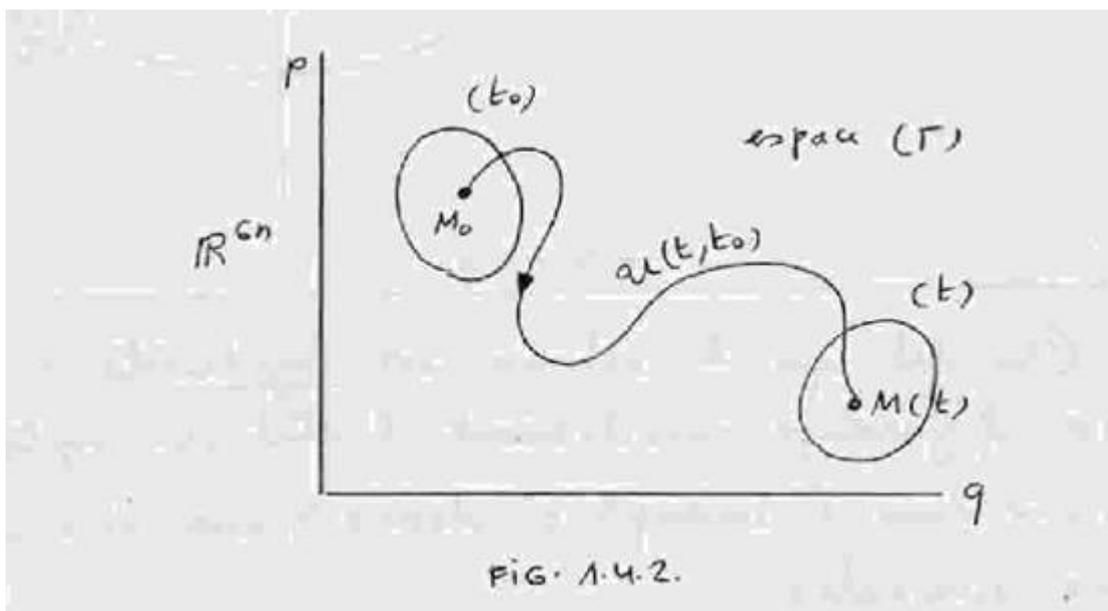
$$A = A(p, q, t)$$

où  $M = (p, q)$  point figuratif et  $p, q$  variables conjuguées ( $p = \partial L / \partial q'$  avec  $q' = dq/dt$ ).

a2) – La mesure de l'état à une date  $t$  peut se faire en principe avec une précision aussi forte que l'on veut (on pourra toujours construire des appareils suffisamment précis).

a3) – Dans le cas où la régularité est vérifiée dans une durée  $(t_1, t_2)$ , l'état initial  $(p_0, q_0, t_0)$  détermine de façon univoque l'état à un instant  $t \in (t_1, t_2)$ . Si  $M$  est le point figuratif évoluant dans l'espace des phases  $(\Gamma)$ , cette transformation est représentée par (v. figure 1.4.2) :

$$M(t) = U(t, t_0) M_0$$



Cet énoncé (a3) signifie que lorsque l'on connaît parfaitement les  $6n$  conditions initiales  $(p_0, q_0)$  alors l'on connaît l'évolution du système : c'est le **déterminisme**.

On dit que le schéma est **prévisionnel** si les points figuratifs représentent des connaissances acquises sur le système (et non un état intrinsèque) avec les conditions :

b1) – On calcule, à partir du point figuratif initial, des lois de **probabilité** pour les grandeurs physiques du système à ce même instant.

b2) – Les résultats de mesure imposent des conditions au point figuratif à l'instant de la fin de ces mesures, mais ces conditions ne correspondent pas forcément à un état intrinsèque du système.

b3) – Pendant la durée ( $t_1$ ,  $t_2$ ) où la régularité est vérifiée, le point figuratif à l'instant initial  $t_0$  détermine biunivoquement le point figuratif à l'instant  $t$ , avec  $t_0$  et  $t$  dans ( $t_1$ ,  $t_2$ ).

Remarquons que l'intervention du calcul des probabilités peut se voir dans un schéma objectiviste lorsque le système subit des perturbations aléatoires, matériellement impossibles à connaître rigoureusement, mais susceptibles de vérifier un déterminisme classique interne, comme c'est le cas pour la thermodynamique statistique dont voici rapidement les principes :

La **thermodynamique** a d'abord pour base fondamentale l'hypothèse atomique de la matière : la matière est supposée avoir une structure discontinue microscopique et son comportement macroscopique résulte de la moyenne de ses comportements microscopiques. Mais on ne peut prédire les propriétés macroscopiques en expliquant les propriétés microscopiques, car :

1 – le nombre  $N$  des particules microscopiques est extrêmement grand et il faudrait  $6N$  paramètres (vitesse et position) pour décrire le comportement du système. Il y a donc impossibilité pratique.

2 – la distance entre deux particules voisines interagissant est de l'ordre de grandeur atomique : en permanence pour la matière condensée, ou bien pendant une durée brève d'une collision en phase gazeuse. Par suite la description doit être quantique.

On en déduit donc :

OBJET DE LA THERMODYNAMIQUE – Décrire l'état d'équilibre et prédire l'évolution des propriétés de la matière sans référence directe à la structure microscopique. Il s'agit donc de caractériser l'état d'un très grand nombre de particules par un nombre assez faible de grandeurs physiques telles que la pression, la température, la composition chimique moyenne... ceci suppose que les constituants microscopiques ne comportent aucun « ressort » caché pouvant altérer le caractère aléatoire de leur mouvement, c'est-à-dire qu'il n'y a aucun mécanisme capable de sélectionner les particules suivant leurs caractéristiques microscopiques (« **démon de Maxwell** ») ; en définitive, on admet donc en thermodynamique :

- Tous les corpuscules d'un échantillon homogène sont identiques, c'est-à-dire indifférenciés ;
- le mouvement de chaque particule est parfaitement désordonné.

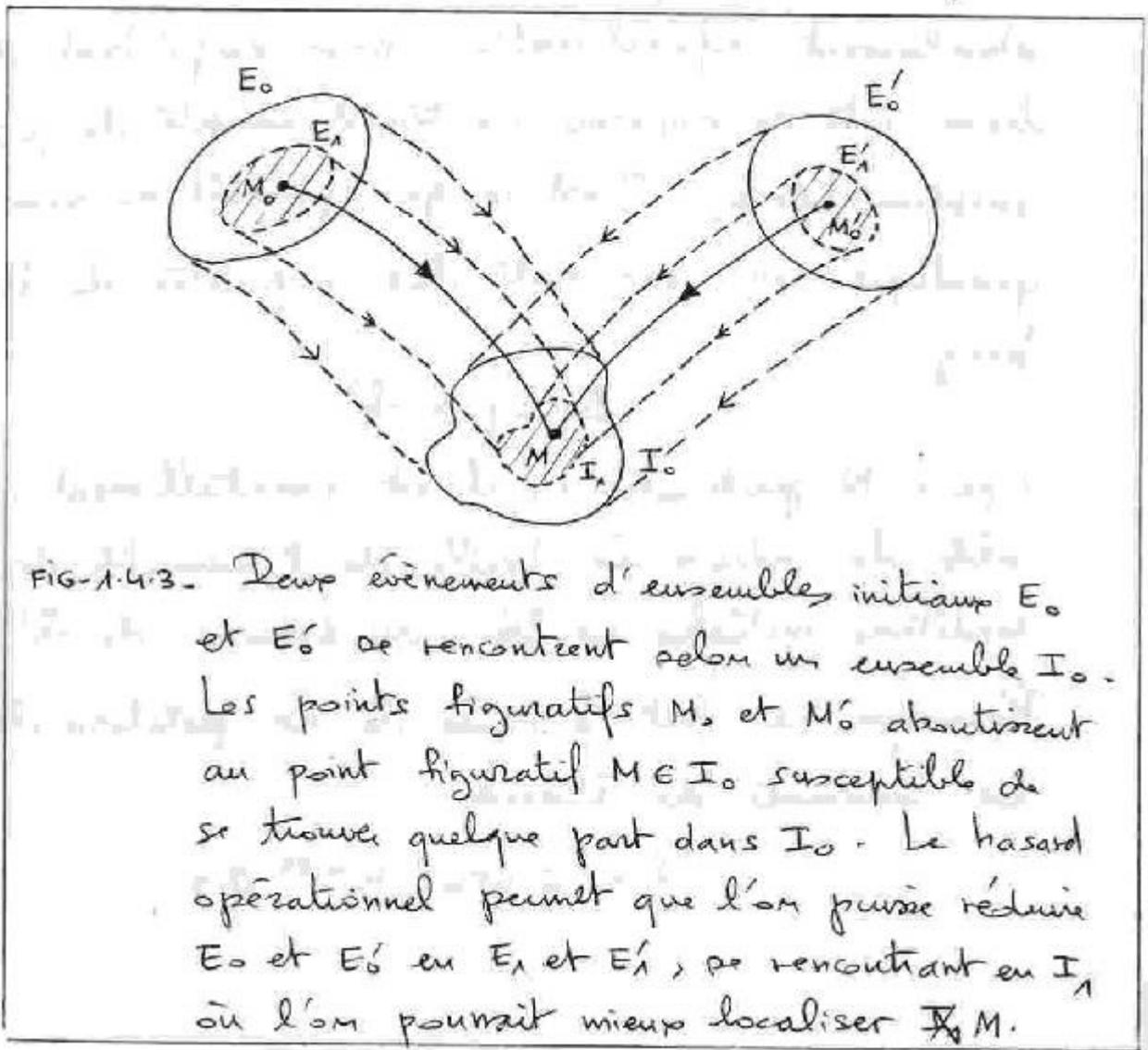
Toutes ces hypothèses qui disent que le comportement des particules ne dépend que de la configuration de l'ensemble des particules et non d'elles-mêmes, c'est-à-dire de leurs « ressorts » (c'est une hypothèse d'inertie) donnent à la thermodynamique le caractère d'une théorie **indéterministe de fait**, mais **déterministe en droit** : on admet qu'en « réalité » chaque particule a une position et une vitesse bien précises qui seraient parfaitement mesurables si la particule était suivie par l'observateur. Le « parfait désordre » qui résulte de ces hypothèses est responsable de la notion d'**ergodisme** : toute particule est équivalente à n'importe quelle autre et occupe en particulier tous les états de mouvements possibles au cours d'une période assez longue.

Disons tout de suite que si l'on veut qu'une théorie indéterministe puisse être réductible à un déterminisme classique caché, il faut que l'ergodisme se retrouve dans cette réduction.

Tout ceci nous amène à parler du hasard. Nous distinguons deux types de hasard : le hasard opérationnel et le hasard ontologique ou absolu.

D'après nous, le **hasard opérationnel** caractérise la rencontre de deux événements

indépendants, rencontre imprévisible exactement par suite de la connaissance incomplète sur les conditions initiales respectives des deux événements, due à des raisons pratiques, opératoires, mais avec la supposition qu'il serait toujours possible d'améliorer notre connaissance sur ces conditions initiales (en tenant compte de plus de paramètres par exemple). En d'autres termes, on dispose d'un ensemble de conditions initiales possibles ( $p_0, q_0$ ) dont la mesure-volume peut toujours être réduite si l'on tient compte d'un plus grand nombre de données nécessaires, ce qui rend la prévision plus précise (voir figure 1.4.3).



Le hasard opérationnel apparaît dans les schémas objectivistes, parce que l'on suppose que la connaissance pourrait être améliorée par la recherche plus fine de variables cachées.

Ce n'est pas le cas du hasard ontologique, dont voici notre conception.

Le **hasard ontologique** caractérise la rencontre de deux événements, dont on ignore déjà s'ils sont indépendants, avec connaissance incomplète des conditions initiales mais en supposant qu'il existe une limite de précision des ensembles initiaux absolument infranchissable, nous empêchant d'améliorer notre connaissance en tenant compte de facteurs supplémentaires. C'est ce qui apparaît en mécanique quantique où, par suite des inégalités de Heisenberg :

$$\Delta p \Delta q \geq h^N$$

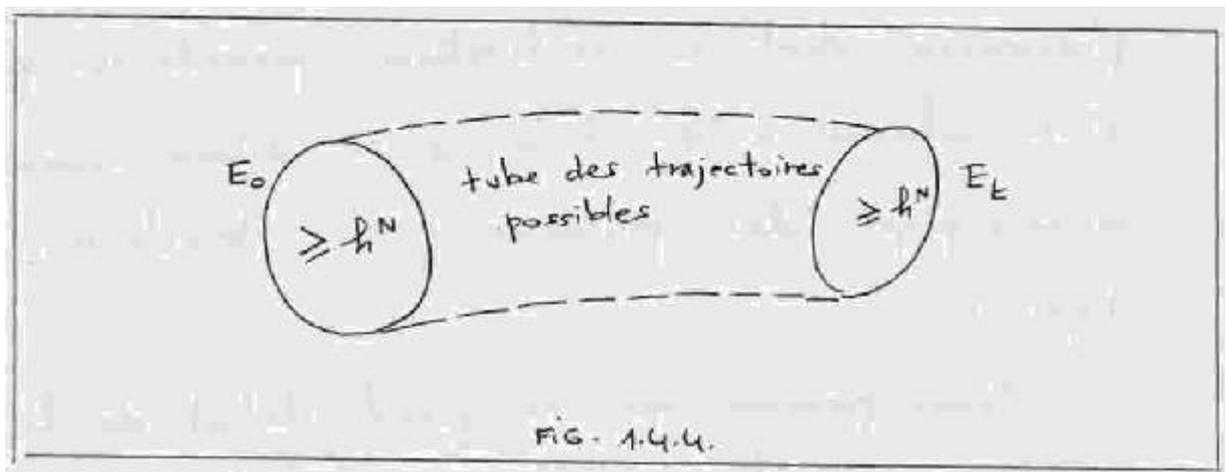
(pour  $N$  particules), il est essentiellement impossible de réduire la taille de l'ensemble des conditions initiales possibles au-dessous de  $h^N$ .

Remarque : en fait, à cause de la petitesse de la constante de Planck :  $h = 6,6262 \cdot 10^{-34}$  J.s, les erreurs expérimentales, jusqu'à ce jour, sont supérieures à cette valeur. Mais ce que le hasard ontologique proclame c'est que nous ne pourrions jamais avoir des expériences dont les précisions sont inférieures à la valeur de la constante de Planck, posant ainsi une sorte de limite absolue de la connaissance. On ne pourra jamais analyser des phénomènes dont la réalisation présente une précision inférieure à  $h$ , d'où, à un certain niveau microscopique, des processus par « bonds » quantiques.

Nous pensons que le grand débat de la mécanique quantique, qui sera présenté plus loin, gravite autour de la question de savoir : comment interpréter le hasard ontologique, est-il possible de réduire le hasard ontologique au hasard opérationnel, et sur quel critère expérimental se baser ?

L'indéterminisme associé au hasard opérationnel est appelé indéterminisme de fait, tandis que l'indéterminisme associé au hasard ontologique est appelé indéterminisme en droit.

Quel que soit le type d'indéterminisme choisi, à cause des dimensions non nulles des ensembles de conditions initiales possible ( $E_0$ ), n'ont de sens physique que des pinces de trajectoires dans l'espace figuratif : c'est le **principe des conditions initiales** introduit par **G. Birkhoff** et **J. von Neumann** ([référence \[5\]](#)) (figure 1.4.4).



Si le déterminisme n'a plus de sens, dans sa définition classique, en mécanique ondulatoire on peut néanmoins concevoir un **déterminisme plus élargi** : D'après le principe de négligeabilité que nous avons donné, il existe des niveaux d'abstraction où l'on peut négliger une quantité de variables pour garder celles qui, aux exigences de précisions expérimentales, décrivent approximativement l'évolution du système. Nous appelons alors déterminisme la possibilité pour tout système de déterminer un espace figuratif, muni d'une certaine structure telle que l'on puisse déterminer un ensemble de variables à partir d'un ensemble initial dont les éléments ont des significations différentes selon le type de système étudié.

Cette définition – que nous considérons comme provisoire – concerne aussi bien la mécanique classique que la mécanique ondulatoire qui est, à sa façon, une théorie déterministe, non plus au sens du déterminisme classique. On peut donc dire que suivant le type de phénomène étudié il existe différents déterminismes déductibles de notre définition générale. Ainsi il y a un déterminisme « galiléen » ou « newtonien » des systèmes classiques, comme il y a un déterminisme quantique.

Après ce long chapitre, nous abordons au chapitre 2 la structure de la mécanique quantique afin de faciliter la compréhension de la présentation du débat à partir du chapitre 3.

# CHAPITRE 2 LE SCHEMA PREVISIONNEL DE LA MECANIQUE QUANTIQUE

par Frédéric Elie

## 2.1 – Le problème des prévisions

Le problème de la mécanique ondulatoire est un problème de prévisions : calculer à partir du résultat d'une mesure initiale des prévisions sur le résultat de mesures ultérieures. Dans le cas fréquent d'un système dit « **préparé** » (c'est-à-dire les conditions initiales sont fixées par le dispositif expérimental lui-même), la mesure pour laquelle le calcul des prévisions est fait, est la mesure que le dispositif expérimental permet d'effectuer. Le calcul des prévisions se fait en trois étapes :

- 1) – **Transformation du résultat de la mesure initiale en l'ensemble des fonctions d'ondes initiales** : à la proposition expérimentale

$$p = [\text{Ré mes } A \subset E_A, t_0]$$

(qui signifie : « le résultat de mesure de la grandeur A donne des valeurs qui appartiennent à l'ensemble des valeurs possibles  $E_A$ , à l'instant initial  $t_0$  ») correspond un ensemble de fonctions d'ondes initiales noté  $(\Psi_0)$ .

La mesure initiale est dite **maximale** si l'ensemble  $(\Psi_0)$  des fonctions d'onde initiales acceptables ne contient qu'un seul élément  $\Psi_0$  :

$$(\Psi_0) = \{\Psi_0\}$$

(la mesure est alors dite de **rang un**). ce cas est celui où la mesure effectuée donne des connaissances qui ne peuvent être complétées, c'est-à-dire des connaissances maximales. ce cas a lieu si : (i) la grandeur mesurée A est complète, ou (ii) la mesure est infiniment précise (c'est le cas classique).

Le cas de **non-maximalité** provient de ce que, soit l'on a mesuré une grandeur incomplète (avec précision ou non), soit que l'on a mesuré une grandeur complète d'une manière imprécise.

On dit que la mécanique quantique est **complète** dans ce dernier cas (grandeur complète de mesure non-maximale) (interprétation de l'École de Copenhague, voir plus loin) et qu'elle est **incomplète**, ou à **variables cachées**, dans le premier cas, ce qui suppose que les grandeurs mesurées doivent être complétées par des variables cachées qui restituent le déterminisme classique (interprétation d'Einstein, de De Broglie...).

- 2) – **transformation de toute fonction d'onde initiale acceptable  $\Psi_0$  en une fonction d'onde à l'instant t**,  $\Psi$ , par un opérateur d'évolution  $U(t, t_0)$  :

$$\Psi(t) = U(t, t_0)\Psi_0$$

- 3) – **à partir d'une fonction d'onde  $\Psi(t)$ , calcul des prévisions sous forme de probabilités**, concernant les valeurs possibles de la grandeur A que l'on veut mesurer à l'instant t :

$$F(A, E_A, \Psi(t)) = \text{prob} (\text{Ré mes } A \subset E_A, t / \text{Ré mes } A \subset E_A, t_0)$$

On peut démontrer que cette décomposition en trois parties du problème des prévisions est indépendante des hypothèses de la mécanique quantique, et peut être effectuée pour tout problème de prévision dans toute théorie physique indépendamment de toute hypothèse particulière.

On peut aussi ajouter :

- 4) - Déterminer à un instant  $t$  les valeurs possibles d'une grandeur  $A(t)$  : elles forment un ensemble appelé **spectre** de  $A(t)$  (problème de la **quantification**),
- 5) - Déterminer les **intégrales premières du mouvement**, c'est-à-dire des grandeurs telles que si l'on connaît à l'instant initial leur valeur de façon précise, elles conservent cette valeur à tout instant.

## 2.2 – Fonction d'onde et équation d'onde

On admet que les fonctions d'onde obéissent à une équation aux dérivées partielles appelée **équation d'onde** :

$$\underline{H}\Psi = i\hbar\partial\Psi/\partial t$$

et que pour qu'une solution soit acceptable comme fonction d'onde, on pose qu'elle doit être uniforme, de carré sommable :

$$\|\Psi\|^2 = \int_D |\Psi(M)|^2 dV_M = 1$$

et nulle aux limites du domaine  $D$  dans lequel peut se déplacer le point figuratif  $M$ .

## 2.3 – Quantification

En mécanique quantique on associe à chaque grandeur un opérateur linéaire. On peut montrer qu'il est toujours possible d'associer à une grandeur  $A$ , un opérateur linéaire  $\underline{A}$ , que cela ne suppose aucune hypothèse particulière, mais représente simplement un procédé formel, le contenu physique ne s'introduisant que quand on précise la forme de  $\underline{A}$  et l'espace fonctionnel dans lequel il opère (voir par exemple [référence \[6\]](#)). Ainsi à un système classique correspond un système quantifié (**principe de correspondance**).

Comme  $\Psi$  appartient à l'espace de Hilbert  $L^2(D)$ , alors  $\underline{A}$  est **hermitique**. Cela signifie que, le produit hermitien dans  $L^2(D)$  étant

$$\langle \Phi | \Psi \rangle = \int_D \Phi^* \Psi dV_M$$

on a :

$$\langle \Phi | \Psi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle^*$$

donc pour tout opérateur  $\underline{A}$  :

$$\langle \Phi | \underline{A} \Psi \rangle = \langle \Psi | \underline{A} \Phi \rangle^*$$

On appelle **valeur moyenne de l'opérateur  $\underline{A}$**  dans l'état défini par  $\Psi$  :

$$\langle \underline{A} \rangle_{\Psi} = \langle \Psi | \underline{A} \Psi \rangle = \int_D \Psi^* \underline{A} \Psi dV_M$$

Nous allons donner certains résultats sous forme de théorèmes pour montrer qu'ils sont obtenus formellement dans la théorie et ne dépendent pas des questions proprement épistémologiques. Et d'abord :

**THEOREME** –  $\underline{A}$  est hermitique si et seulement si sa valeur moyenne pour l'état décrit par  $\Psi$  est réelle.

**PREUVE** – La condition nécessaire est immédiate :  $\langle \underline{A} \rangle_{\Psi} = \langle \Psi | \underline{A} \Psi \rangle = \langle \Psi | \underline{A} \Psi \rangle^*$  montre que  $\langle \underline{A} \rangle_{\Psi}$  est réel.

Supposons réciproquement que  $\langle \underline{A} \rangle_{\Psi} \in \mathbf{R}$ . Posons alors  $\Psi = \Psi_1 + \lambda \Psi_2$ , alors :

$$\langle \underline{A} \rangle_{\Psi} = \langle \Psi | \underline{A} \Psi \rangle = \langle \underline{A} \rangle_{\Psi} = \langle \Psi_1 | \underline{A} \Psi_1 \rangle + \lambda \langle \Psi_1 | \underline{A} \Psi_2 \rangle + \lambda^* \langle \Psi_2 | \underline{A} \Psi_1 \rangle + |\lambda|^2 \langle \Psi_2 | \underline{A} \Psi_2 \rangle$$

les quatre crochets étant réels pour tout  $\lambda$ , on doit avoir :

$$\lambda \langle \Psi_1 | \underline{A} \Psi_2 \rangle + \lambda^* \langle \Psi_2 | \underline{A} \Psi_1 \rangle \in \mathbf{R}$$

donc pour tout  $\lambda$  :

$$(\lambda \langle \Psi_1 | \underline{A} \Psi_2 \rangle)^* = \lambda^* \langle \Psi_2 | \underline{A} \Psi_1 \rangle \quad \text{CQFD}$$

On démontre aussi facilement les résultats suivants :

- la valeur moyenne  $\langle \underline{A} \rangle$  de  $\underline{A}$  pour une de ses fonctions propres (c'est-à-dire telles que  $\underline{A}\Psi = a\Psi$ ) est égale à la valeur propre correspondante (c'est-à-dire :  $a$ ).
- les valeurs propres de  $\underline{A}$  sont réelles.
- les fonctions propres de  $\underline{A}$  sont orthonormales.

Si, à une valeur propre  $a$  de  $\underline{A}$ , correspondent plusieurs fonctions propres, on dit qu'il y a **dégénérescence**. Si les fonctions propres de  $\underline{A}$ ,  $\{\Psi_i\}$  sont une base orthonormale de  $L^2(D)$ , l'opérateur  $\underline{A}$  est dit **complet**. Sur cette base toute fonction d'onde  $\Phi$  se décompose en :

$$\Phi = \sum_i c_i \Psi_i$$

comme :  $\underline{A}\Psi_i = a_i \Psi_i$ , alors :

$$\underline{A}\Phi = \sum_i c_i a_i \Psi_i$$

On a alors le principe de quantification et de décomposition spectrale:

D'abord on admet que, pour un état décrit par la fonction d'onde  $\Psi \in L^2(D)$ , la valeur moyenne  $\langle \underline{A} \rangle_{\Psi}$  de l'opérateur  $\underline{A}$  associé à la grandeur  $A$ , donne la **valeur moyenne de la grandeur  $A$**  dans l'état  $\Psi$ , c'est-à-dire la moyenne des valeurs obtenues en effectuant une série de mesures sur le système quand il se trouve dans cet état ; par définition :

$$\langle \underline{A} \rangle_{\Psi} = \langle A \rangle_{\Psi}$$

On appelle **dispersion des mesures** d'une grandeur A l'écart quadratique moyen :

$$\Delta A^2 = \langle (A - \langle A \rangle)^2 \rangle = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2 = \langle \underline{A}^2 \rangle - \langle \underline{A} \rangle^2$$

**THEOREME** -  $\Delta A$  ne s'annule que pour un état décrit par une fonction propre de  $\underline{A}$ , c'est-à-dire pour un état propre de  $\underline{A}$ .

**PREUVE** -  $\Psi_i$  étant les fonctions propres et  $a_i$  les valeurs propres de  $\underline{A}$ , pour tout  $\Phi \in L^2(D)$  on a :

$$\Phi = \sum_i c_i \Psi_i$$

$$\text{et : } \underline{A}\Phi = \sum c_i a_i \Phi_i$$

$$\langle \underline{A} \rangle_\Phi = \sum a_i |c_i|^2 \text{ pour l'état } \Phi.$$

$$\underline{A}^2\Phi = \sum c_i a_i \underline{A}\Psi_i = \sum c_i a_i^2 \Psi_i$$

donc:

$$\langle \underline{A}^2 \rangle_\Phi = \sum a_i^2 |c_i|^2$$

Une translation de l'origine permet d'annuler  $\langle \underline{A} \rangle$  sans modifier  $\Delta A$ . Mais  $\Delta A = 0$  exige que tous les  $c_i$  soient nuls sauf un – **CQFD**

Comme pour tout  $\Phi$  de  $L^2(D)$ ,  $\Phi = \sum_i c_i \Psi_i$ , alors  $\forall i |c_i|^2 > 0$  et  $\sum |c_i|^2 = 1$ , on peut considérer les  $|c_i|^2$  comme des probabilités qu'à la particule décrite par  $\Phi$  de se comporter vis-à-vis de  $\underline{A}$  comme si elle se trouvait dans ses états propres  $\Psi_i$ .

On postule alors (**principe de quantification**) que la mesure de A ne peut donner comme résultat que l'une des valeurs propres  $a_i$  de  $\underline{A}$  et que  $|c_i|^2$  représente la probabilité d'obtenir le résultat  $a_i$ . Donc :

$$|c_i|^2 = \text{prob} (A = a_i, t)$$

L'ensemble des  $a_i$  forme le **spectre** de la grandeur A et la décomposition de tout  $\Phi$  de  $L^2(D)$  sur la base  $\{\Psi_i\}$

$$\Phi(M,t) = \sum c_i(t) \Psi_i(M,t)$$

s'appelle **décomposition spectrale** de  $\Phi$  selon  $\{\Psi_i\}$ . Si le spectre est continu, c'est-à-dire si les valeurs propres de A sont dans  $[a-\Delta a, a+\Delta a]$ , la probabilité de trouver la valeur de A dans  $[a-\Delta a, a+\Delta a]$  est  $|c(a,t)|^2 \Delta a$  et la décomposition spectrale s'écrit dans ce cas :

$$\Phi(M,t) = \int c(a,t) \Psi(a,M,t) da$$

D'une manière générale :

$$\Phi(M,t) = \sum c_i(t) \Psi_i(M,t) + \int c(a,t) \Psi(a,M,t) da$$

Remarque : nous pensons que le fait d'interpréter les  $|c_i|^2$  comme des probabilités n'introduit pas forcément un indéterminisme en droit : comme nous l'avons dit, c'est un procédé formel valable pour toute théorie physique, et que ce qui caractérise la mécanique quantique est l'existence d'opérateurs associés aux grandeurs physiques dont le choix est tel qu'ils ne commutent pas, chose qui, par contre, semble-t-il, introduit l'indéterminisme.

## 2.4 – Opérateurs associés aux grandeurs physiques

On admet que l'équation d'onde :

$$\underline{H}\Psi = -i\hbar\partial\Psi/\partial t$$

fait intervenir  $\underline{H}$ , l'opérateur hamiltonien associé à l'énergie totale. Donc, d'après l'équation de Schrödinger

$$-\hbar^2/2m \cdot \Delta\Psi + W\Psi = i\hbar\partial\Psi/\partial t$$

on a :

$$\underline{H} = -\hbar^2/2m \cdot \Delta + W$$

Or  $\underline{H} = \underline{T} + \underline{W}$  (T énergie cinétique, W énergie potentielle) donc :

$$\begin{aligned} \underline{W} &= W \\ \underline{T} &= -\hbar^2/2m \cdot \Delta \end{aligned}$$

mais  $T = p^2/2m$  (p impulsion), donc :

$$\underline{T} = -\hbar^2/2m \cdot \Delta = \underline{p}^2/2m$$

d'où :

$$\underline{p} = -i\hbar\nabla \text{ (avec } \nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z))$$

qui est l'opérateur associé à l'impulsion. On en déduit, le moment cinétique étant

$$\underline{M} = \underline{q} \wedge \underline{p}$$

que :  $\underline{M} = -i\hbar \underline{q} \wedge \nabla$  opérateur associé au moment cinétique. Enfin on admet que l'opérateur position  $\underline{q}$  est la multiplication par  $\underline{q}$ .

## 2.5 – Commutation et mesures simultanées

$\underline{A}$  et  $\underline{B}$  étant des opérateurs associés aux grandeurs A et B, on appelle commutation de  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  l'opérateur :

$$[\underline{A}, \underline{B}] = \underline{A}\underline{B} - \underline{B}\underline{A}$$

La commutation est linéaire et antihermitique :

$$\langle \Psi_1 | [A, B] \Psi_2 \rangle = -\langle \Psi_2 | [A, B] \Psi_1 \rangle^*$$

On a le théorème important suivant :

**THEOREME :** *On peut mesurer sans dispersion à la fois les deux grandeurs A et B si et seulement si leurs opérateurs associés commutent :*

$$[A, B] = 0$$

**PREUVE** – On ne peut mesurer à la fois et sans dispersion les grandeurs A et B que si le système est décrit par une fonction d'onde qui est à la fois fonction propre de  $\underline{A}$  et de  $\underline{B}$ , puisque toute grandeur n'est mesurable sans dispersion que si le système se trouve dans un état décrit par une fonction propre de l'opérateur associé à cette grandeur.

$\underline{A}$  a pour fonctions propres  $\Phi_i$  et valeurs propres  $a_i$  :  $\underline{A}\Phi = a\Phi$ .

$\underline{B}$  a pour fonctions propres  $\Psi_i$  et valeurs propres  $b_i$  :  $\underline{B}\Psi = b\Psi$ .

Soit le développement d'une fonction propre de  $\underline{A}$ ,  $\Phi$ , sur  $\{\Psi_i\}$  :  $\Phi = \sum c_i \Psi_i$ , donc :  $(\underline{A} - a)\Phi = \sum c_i (\underline{A} - a)\Psi_i = 0$ .

Supposons que  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  commutent. Posons :  $\gamma_i = (\underline{A} - a)\Psi_i$  :

$$\underline{B}\gamma_i = (\underline{A} - a)\underline{B}\Psi_i = b_i(\underline{A} - a)\Psi_i = b_i\gamma_i \text{ (puisque } \underline{A}\underline{B} = \underline{B}\underline{A})$$

donc  $\gamma_i$  est fonction propre de  $\underline{B}$ . Mais  $\sum c_i \gamma_i = 0$  donc il faut que  $a\Psi_i = \underline{A}\Psi_i$  puisqu'il faut que  $\gamma_i = 0 \forall i$ . Donc les  $\Psi_i$  sont aussi fonctions propres de  $\underline{B}$ .

Réciproquement : supposons que  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  aient mêmes fonctions propres ( $\Phi_i$ ) :  $\underline{A}\Phi_i = a_i\Phi_i$  et  $\underline{B}\Phi_i = b_i\Phi_i$ . Toute fonction d'onde se décompose en :  $\Psi = \sum c_i \Phi_i$ , alors :

$$\underline{B}\underline{A}\Psi = \underline{B}(\sum c_i a_i \Phi_i) = \sum a_i c_i \underline{B}\Phi_i = \sum a_i b_i c_i \Phi_i = \sum b_i c_i \underline{A}\Phi_i = \underline{A}(\sum b_i c_i \Phi_i) = \underline{A}\underline{B}\Psi$$

c'est-à-dire :  $[A, B] = 0$  – **CQFD**

Il vient alors le fondamental :

**THEOREME DES INEGALITES DE HEISENBERG** (voir remarque 6) : *Deux grandeurs A et B qui ont leurs opérateurs qui ne commutent pas, ont leurs mesures a et b qui vérifient :*

$$\Delta a \Delta b \geq \hbar/2$$

**REMARQUE 6** : nous préférons le terme « inégalités » au terme « incertitudes » qui sous-entend trop un indéterminisme absolu dont on n'est pas sûr qu'il existe.

**DEMONSTRATION** – Nous ne donnons la preuve que pour la position  $q$  et l'impulsion  $p$ . Il est facile de montrer que  $\underline{p}$  et  $\underline{q}$  ne commutent pas :

$$[\underline{p}, \underline{q}] = i\hbar$$

Soient :

$$\Delta q = [\langle q^2 \rangle - \langle q \rangle^2]^{1/2}$$

$$\Delta p = [\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2]^{1/2}$$

On peut supposer  $\langle p \rangle = \langle q \rangle = 0$  donc :  $\Delta q^2 = \langle q^2 \rangle$ ,  $\Delta p^2 = \langle p^2 \rangle$ .

Soit  $\Psi \in L^2(D)$ ,  $\lambda \in \mathbf{R}$ , et :

$$I(\lambda) = \int_D |q\Psi + \lambda\hbar\partial\Psi/\partial q|^2 dq \geq 0$$

Alors :

$$I(\lambda) = \int_D |q\Psi|^2 dq + \lambda^2\hbar^2 \int_D |\partial\Psi/\partial q|^2 dq + \lambda\hbar \int_D (\partial\Psi^*/\partial q \cdot q\Psi + q\Psi^* \partial\Psi/\partial q) dq$$

$$= \int_D \Psi^* q^2 \Psi dq - \lambda\hbar \int_D |\Psi|^2 dq - \lambda^2\hbar^2 \int_D \Psi^* d^2\Psi/dq^2 dq$$

$= \langle q^2 \rangle - \lambda\hbar + \lambda^2\langle p^2 \rangle \geq 0$  si et seulement si le discriminant est  $\geq 0$ , donc si :

$$\langle q^2 \rangle \langle p^2 \rangle \geq \hbar^2/4$$

donc :

$$\Delta q \Delta p \geq \hbar/2$$

Si  $\langle q \rangle$  et  $\langle p \rangle \neq 0$  alors  $\Delta q^2 \Delta p^2 \geq \hbar^2/4$  encore. En effet,  $\Psi$  étant sinusoïdal, posons :

$$\langle p \rangle_\Psi = \int_D \Psi^* (-i\hbar\partial/\partial q) \Psi dq = \hbar k_0 \text{ et } \Phi = \exp(-ik_0 q) \Psi(q)$$

Alors :

$$\langle p \rangle_\Phi = \langle p \rangle_\Psi - \hbar k_0 = 0, \text{ donc : } \langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle_\Psi = \langle p^2 \rangle_\Phi.$$

De même le passage de  $\Psi$  à  $\Phi$  ne modifie ni  $\langle q \rangle$  ni  $\langle q^2 \rangle$  d'où le résultat – **CQFD**

## 2.6 – Equation d'évolution des valeurs moyennes

**THEOREME** – Soit  $A$  une grandeur associée à son opérateur  $\underline{A}$ .  $\underline{H}$  étant l'opérateur hamiltonien, l'équation d'évolution de la valeur moyenne  $\langle A \rangle$  de  $A$  est :

$$i\hbar d\langle A \rangle/dt = \langle [\underline{A}, \underline{H}] \rangle + i\hbar \langle \partial \underline{A} / \partial t \rangle$$

**PREUVE** – Soit l'équation non stationnaire de Schrödinger :

$$\underline{H}\Psi = i\hbar \partial\Psi/\partial t$$

et son équation conjuguée :

$$-(\underline{H}\Psi)^* = i\hbar \partial\Psi^*/\partial t$$

La valeur moyenne de  $A$ , associé à  $\underline{A}$ , est :

$$\langle A \rangle = \int_D \Psi^* \underline{A} \Psi dV_M,$$

d'où :

$$\begin{aligned} \frac{d \langle A \rangle}{dt} &= \int_D \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \underline{A} \Psi dV_M + \int_D \Psi^* \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \Psi dV_M + \int_D \Psi^* \underline{A} \frac{\partial \Psi}{\partial t} dV_M \\ &= \left\langle \Psi \left| \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \Psi \right. \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial t} \left| \underline{A} \Psi \right. \right\rangle + \left\langle \Psi \left| \underline{A} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right. \right\rangle \end{aligned}$$

et en utilisant les équations de Schrödinger conjuguées :

$$\begin{aligned} \frac{d \langle A \rangle}{dt} &= \left\langle \Psi \left| \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \Psi \right. \right\rangle - \frac{1}{i\hbar} \langle \underline{H} \Psi | \underline{A} \Psi \rangle + \frac{1}{i\hbar} \langle \Psi | \underline{A} \underline{H} \Psi \rangle \\ &= \frac{1}{i\hbar} \langle \Psi | [\underline{A}, \underline{H}] \Psi \rangle + \left\langle \Psi \left| \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \Psi \right. \right\rangle \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$i\hbar \frac{d \langle A \rangle}{dt} = \langle [\underline{A}, \underline{H}] \rangle + i\hbar \left\langle \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \right\rangle \quad \text{CQFD}$$

En remplaçant dans le théorème précédent  $\underline{A}$  par  $\underline{x}$  puis par  $\underline{p}$ , on obtient :

$$\langle \underline{p} \rangle = m d \langle \underline{x} \rangle / dt$$

$$d \langle \underline{p} \rangle / dt = \langle -\partial W / \partial \underline{x} \rangle$$

résultats dus à **Ehrenfest**, montrant que les positions et quantités de mouvement moyens vérifient les équations de la dynamique classique.

Si  $A$  est une intégrale première alors  $d \langle A \rangle / dt = 0$  d'où la condition nécessaire et suffisante pour qu'une grandeur soit intégrale première (en utilisant le théorème de l'équation d'évolution) :

$$-i\hbar \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} = [\underline{H}, \underline{A}]$$

## 2.7 – Notion de spin

Nous terminons ce chapitre en présentant brièvement la notion de spin, d'une façon heuristique, car il en sera question plus loin puisque des expériences issues du débat sur la mécanique quantique portent sur des mesures de spin.

Le spin d'une particule est son moment cinétique propre. On démontre que le spin de l'électron obéit aux règles de quantification :

$$\sigma^2 = j(j + 1)\hbar^2$$

et :

$$\sigma_z = s\hbar, \text{ avec } j = 1/2 \text{ et } s = -1/2 \text{ ou } +1/2.$$

Le module du spin de l'électron est alors  $\sigma^2 = 3/4 \cdot \hbar^2$  et sa projection sur Oz est  $\sigma_z = \pm \hbar/2$ .

Un opérateur quantique quelconque  $\underline{A}$  peut être représenté par une matrice dont les éléments sont :

$$a_{nm} = \langle \Psi_n | \underline{A} \Psi_m \rangle$$

(où  $\Psi_n$  et  $\Psi_m$  fonctions propres de  $\underline{A}$ ) et déterminent parfaitement  $\underline{A}$ . En effet, pour tout  $\Phi \in L^2(D)$ ,  $\Phi$  se décompose sur la base des fonctions propres  $\Psi_n$  de  $\underline{A}$  :

$$\Phi = \sum c_n \Psi_n \quad \text{où } c_n = \langle \Psi_n | \Phi \rangle$$

donc  $\underline{A}\Phi = \underline{A} \sum \langle \Psi_n | \Phi \rangle \Psi_n = \sum \langle \Psi_n | \Phi \rangle \underline{A} \Psi_n$ , et en multipliant par un vecteur propre  $\Psi_m$  :

$$\langle \Psi_m | \underline{A}\Phi \rangle = \sum \langle \Psi_m | \underline{A} \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | \Phi \rangle$$

qui donne la composante m-ième de  $\underline{A}\Phi$  sur la base ( $\Psi_m$ ). Donc :

$$\langle \Psi_m | \underline{A}\Phi \rangle = \sum a_{nm} c_n$$

ce qui montre que les  $a_{nm}$  déterminent parfaitement  $\underline{A}$ .

Ceci étant, les opérateurs de spin sont eux aussi représentés par une matrice. Ces matrices sont nécessairement des matrices 2 x 2 puisque le spin ne possède que deux états propres de valeurs  $\sigma_z = \pm \hbar/2$ , équiprobables et s'excluant mutuellement. Donc  $\underline{\sigma}_z$  est diagonal avec

$$\sigma_{z,11} = \hbar/2 \quad \sigma_{z,22} = -\hbar/2$$

Pour les trois directions x, y, z on montre que les opérateurs de spin s'expriment avec les matrices de **Pauli** :

$$\underline{\sigma}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\sigma}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\sigma}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{d'où } \underline{\sigma}^2 = \underline{\sigma}_x^2 + \underline{\sigma}_y^2 + \underline{\sigma}_z^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 1 \right) \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{3}{4} \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

donc :  $\sigma^2 = 3/4 \hbar^2$ .

On en déduit la non-commutation des opérateurs de spin pour des directions différentes :

$$[\sigma_x, \sigma_y] = i\hbar\sigma_z, [\sigma_y, \sigma_z] = i\hbar\sigma_x, [\sigma_x, \sigma_z] = i\hbar\sigma_y,$$

donc on ne peut pas mesurer simultanément les projections sur x, y, z du spin, par contre on peut mesurer  $\sigma^2$  et l'une des composantes.

Si un électron est dans un état décrit par  $\Psi$ , on a, sur la base propre de l'un des opérateurs de spin :

$$\Psi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

alors  $|a|^2$  est la probabilité pour que l'électron ait le spin  $+\hbar/2$  et  $|b|^2$  est la probabilité pour que l'électron ait le spin  $-\hbar/2$ , donc

$$|a|^2 + |b|^2 = 1$$

et deux électrons appariés ont nécessairement des spins opposés.

\*  
\* \*

Nous avons donné une description très sommaire des principes de base de la mécanique quantique, mais ils suffisent pour essayer de comprendre le débat qui va suivre. La mécanique quantique possède un formalisme élégant, qui suscita le besoin d'approfondir les théories mathématiques de l'analyse fonctionnelle par exemple, et elle connaît des succès expérimentaux et techniques (puisque l'électronique l'utilise de plus en plus par exemple). Mais nous avons essayé de montrer, au chapitre 1, que sur un plan épistémologique, une théorie même apparemment parfaite, peut parfois soulever des problèmes non banaux.

## **DEUXIEME PARTIE**

### **CHAPITRE 3**

#### **PETIT REGARD CRITIQUE SUR LA MECANIQUE QUANTIQUE**

*par Philippe Cristofari*

#### **3.1 – Courte digression métaphysique**

Dans son sens le plus général, le mot « cause » désigne tout ce qui contribue à constituer ou à modifier un être, et le principe de causalité pourrait donc s'exprimer ainsi : « Tout ce qui commence d'exister dans l'univers a une cause. Toute action a été déterminée par d'autres actions ». *Ex nihilo nihil* (du néant rien ne provient). **Aristote**, déjà, distinguait la cause formelle (ce qui donne à la chose sa nature), la cause matérielle (la substance dont la

chose est faite), la cause efficiente (ce qui réalise la chose, par application de la forme à la matière), et la cause finale (ce en vue de quoi la chose est faite). C'est la causalité efficiente (celle qu'au dix-septième siècle on appelait efficace), action du marteau sur le clou, de l'aimant sur la boussole, qui constitue la causalité au sens fort. Elle suppose implicitement, si nous appelons A la cause et B l'effet, une triple affirmation :

- 1 – A précède B dans le temps. La causalité est une succession. Un événement du mardi ne peut en aucun cas influencer sur un événement du lundi.
- 2 – A produit B. Soit qu'il lui donne naissance, soit qu'il l'appelle, parce que la réalité de A exige celle de B. Si on coupe la tête d'un homme (cause), il meurt (effet).
- 3 – Le rapport de A à B est constant. C'est l'idée de déterminisme. Les mêmes causes produisent les mêmes effets. Le glaçon fond systématiquement dans l'eau bouillante.

Examinons plus particulièrement cette troisième affirmation. A l'échelle macroscopique, elle nous paraît profondément évidente. Si nous lançons un ballon en l'air, la mécanique newtonienne nous renseigne très exactement sur la trajectoire qu'il va suivre. Il suffit de connaître avec précision la force gravitationnelle du lieu de l'expérience, les conditions dans lesquelles le ballon a été lancé, les éventuelles actions extérieures (vent, obstacles, etc...), pour déterminer exactement la trajectoire et le point de chute. Elle a été entièrement « programmée » par un ensemble de conditions initiales. De même, les jeux dits « de hasard » ne le sont que par cause de notre méconnaissance d'un certain nombre de données qui nous seraient éventuellement accessibles. Ce n'est pas « par hasard » que le dé qui roule s'arrête sur le six. C'est parce qu'il a été lancé d'une certaine manière, avec une certaine force, sur une table d'une certaine élasticité. Toutes ces données seraient accessibles à une analyse expérimentale très fine. Le résultat d'un jeu de hasard, d'un tirage au sort, est autant déterminé que la trajectoire de la pomme qui tomba sur la tête d'Isaac Newton.

Dès à présent, une objection s'impose : il paraît certes imaginable de pouvoir prévoir sur quelle face un dé va s'arrêter. Mais que dire, par exemple, de la trajectoire d'une bille de billard électrique ? Pour la prévoir, il faudrait tenir compte, entre autres, des facteurs suivants : coefficient de frottement de chaque endroit du plateau, élasticité de chaque obstacle, impulsions extérieures apportées par le joueur, sphéricité de la bille, etc... Personne ne pourrait, même armé du plus sophistiqué des ordinateurs, espérer prévoir le mouvement de la bille. Ne pourrait-on pas dire que c'est là que se situe l'indéterminisme ? Le hasard ? Dans la multiplication quasi-infinie des causes ?

Nous avons la conviction que le mouvement de la bille est déterminé par un certain nombre de causes, mais une connaissance précise de ces causes est inaccessible à notre intelligence. Quelle est la cause du mouvement de la bille ? Est-ce le joueur ? Le technicien qui a construit le billard ? Le commerçant qui l'a appuyé contre un mur ? Ou l'orage qui a fait que le joueur est rentré dans le bar ?

Tolstoï, déjà, s'interrogeant sur les causes de la campagne de 1812 (et, les trouvant multiples, concluant à la fatalité de l'histoire), se demandait : « *Quand une pomme est mure et tombe, pourquoi tombe-t-elle ? Est-ce à cause de l'attraction de la terre ? Est-ce parce que sa queue est desséchée et que le soleil l'a abîmée, ou bien est-elle devenue trop lourde, ou a-t-elle été secouée par le vent ? Ou bien est-ce parce que l'enfant debout sous l'arbre avait envie de la manger ?* ».

Car c'est peut-être là une manière de concevoir simultanément l'idée de hasard et l'idée de déterminisme : le hasard ne serait que l'intersection de deux séries d'événements, indépendantes l'une de l'autre, mais séparément déterminées.

Par exemple :

- Première série : le ministère décide que le baccalauréat est fixé trop tard durant le mois de juin.  
→ le ministre décide d'avancer les épreuves

→ les épreuves sont fixées au 19 juin

- Deuxième série : l'élève Dupond va à la plage le 12 juin

→ il s'enrhume

→ il est malade toute la semaine et ne peut pas se présenter aux épreuves le 19 juin.

Voilà où serait le hasard : dans l'intersection de deux séries indépendantes d'événements. Encore faut-il accepter l'idée que deux événements puissent être « indépendants » dans l'univers (dans le cas que nous avons énoncé, l'élève a pu aller à la plage pour se détendre, à cause du baccalauréat, ce qui lierait les deux séries d'événements). **Rousseau** croyait à cette « séparabilité » quand il demandait : « *Croyez-vous vraiment que la ruade d'un cheval dans la campagne française dérange le papillon des îles Fidji ?* » C'est en tous cas en contradiction avec les thèses de la physique actuelle.

Mais brisons là ! Et rappelons-nous que jusqu'au début de ce siècle, le principe de causalité était à la base de toute physique. Mais ce magnifique principe, si satisfaisant pour l'esprit, semble n'être plus valide dans le cadre de la physique moderne. Ou du moins demande à être singulièrement élargi...

### 3.2 – Une théorie probabiliste

Ne revenons pas en détail sur les postulats de la mécanique quantique, qui ont été détaillés au second chapitre. Rappelons simplement qu'au concept classique de trajectoire, il faut substituer celui d'état : l'état quantique d'un corpuscule est caractérisé par une fonction d'onde  $\Psi(r, t)$  qui contient toutes les informations qu'il est possible d'obtenir sur le corpuscule. Et  $\Psi(r, t)$  doit être interprétée comme une amplitude de probabilité de présence. La probabilité pour que la particule soit trouvée, à l'instant  $t$ , dans un élément de volume  $d^3r = dx dy dz$  situé au point  $r$  doit être proportionnelle à  $d^3r$  et donc infinitésimale :  $dP(r, t)$ . On interprète alors  $|\Psi(r, t)|^2$  comme la densité de probabilité correspondante en posant :

$$dP(r, t) = C|\Psi(r, t)|^2 d^3r$$

où  $C$  est une constante de normalisation.

La seule certitude, à un instant  $t$  donné, est que la particule se trouve « quelque part » dans l'espace. On peut certes prédire, avec un faible pourcentage d'erreur, dans quelle région de l'espace elle se situe, mais enfin, ce n'est pas une certitude. La particule peut se trouver n'importe où. Il faut bien comprendre que, si on en croit la théorie quantique, cette incertitude est essentielle, et n'est en aucune façon liée à l'insuffisance des moyens expérimentaux. La particule n'a pas de position au sens classique du terme. Au concept classique et newtonien de trajectoire, il faut substituer celui d'état dépendant du temps. A l'instant  $t_0$ , l'état quantique de la particule est caractérisé par une fonction  $\Psi(r, t_0)$ . L'évolution de la fonction  $\Psi$  au cours du temps est régie par l'équation de Schrödinger (qui joue donc, pour la mécanique quantique, le rôle du  $F = m\gamma$  en mécanique classique). A un instant  $t_1$  supérieur à  $t_0$ , l'état de la particule sera caractérisé par  $\Psi(r, t_1)$ , qu'il faudra de nouveau interpréter comme une amplitude de probabilité de présence.

Quelles sont donc les conséquences de cette interprétation sur l'idée de déterminisme évoquée au premier paragraphe ?

### 3.3 – La mécanique quantique est-elle indéterministe ?

Considérons un photon qui se dirige vers un écran percé d'une fente. Le photon a été émis à un instant  $t_0$ . A un instant  $t_1$  ultérieur à  $t_0$  il peut, comme nous l'avons indiqué, se trouver n'importe où dans l'espace. Pas plus qu'à l'instant  $t_0$ , il n'a de « position » au sens classique du

terme. A l'instant  $t_0$ , même un observateur idéal serait incapable de faire des prévisions certaines sur l' « avenir du photon ». Celui-ci n'est décrit que par une fonction probabiliste  $\Psi$ . A l'instant  $t_1$ , il peut soit avoir franchi la fente de l'écran, soit avoir été absorbé par celui-ci, soit se trouver n'importe où ailleurs dans l'espace. Son mouvement n'a pas été déterminé, toujours au sens classique, par un ensemble de conditions initiales. En bref, le principe de causalité semble n'être plus valable, le photon ayant été « libre » de se déplacer où bon lui semblait. Faut-il donc, pour accepter l'interprétation probabiliste de la mécanique quantique, abandonner le déterminisme ?

Deux objections sont à proposer :

Premièrement, même si l'on accepte l'interprétation probabiliste, le principe de causalité n'est à rejeter qu'à l'échelle microscopique. Ce qui, d'une certaine façon, ne nous concerne pas. Le pot de fleurs qui tombe sur ma tête a bel et bien une trajectoire, même si on ne peut pas en dire autant de chacun de ses atomes. Si la trajectoire d'une particule n'est pas connue, celle de  $10^{23}$  particules groupées l'est, pour des raisons statistiques. Quand nous étudions le mouvement d'une planète, quand nous déterminons sa position, nous ne nous intéressons pas à l'état de chacun de ses constituants. En résumé, même si le comportement d'une particule est indéterminé, le comportement du monde extérieur, des objets à notre échelle, l'est parfaitement.

Deuxièmement, il est possible d'introduire l'idée d'un « déterminisme quantique ». Nous savons que la mécanique classique est déterministe au sens où, quand on connaît l'état d'un corps à un instant  $t_0$ , c'est-à-dire sa position et son impulsion, on peut déduire son état à un instant  $t_1$  grâce à  $F = m\gamma$ . Or la situation est la même en mécanique quantique. Si l'on connaît l'état d'un corpuscule à l'instant  $t_0$ , c'est-à-dire la fonction d'onde  $\Psi$  qui lui est associée, on peut déduire son état à un instant  $t_1$  grâce à l'équation de Schrödinger. La seule différence entre les deux schémas, entre déterminisme et indéterminisme, résiderait donc en une conception différente de la notion d'état : position, impulsion dans la mécanique classique, amplitude de probabilité de présence dans le cas quantique. En considérant que cette notion d'état n'a rien d'intuitive, et peut-être définie arbitrairement (exemple outré : l'état d'un corps pourrait être défini comme étant sa couleur, ou sa position par rapport à l'équateur !), on peut alors considérer la théorie quantique comme une théorie munie de son propre déterminisme.

Mais ces deux objections ne paraissent pas très solides. Pour répondre à M. Vergez, philosophe, à qui nous devons la première, nous imaginons la situation suivante. Un savant fou a construit une bombe destinée à faire sauter la Terre. Au dernier instant, pris de remords, il décide cependant de laisser une chance à l'humanité, et manigance le dispositif suivant (figure 3.3.1) :

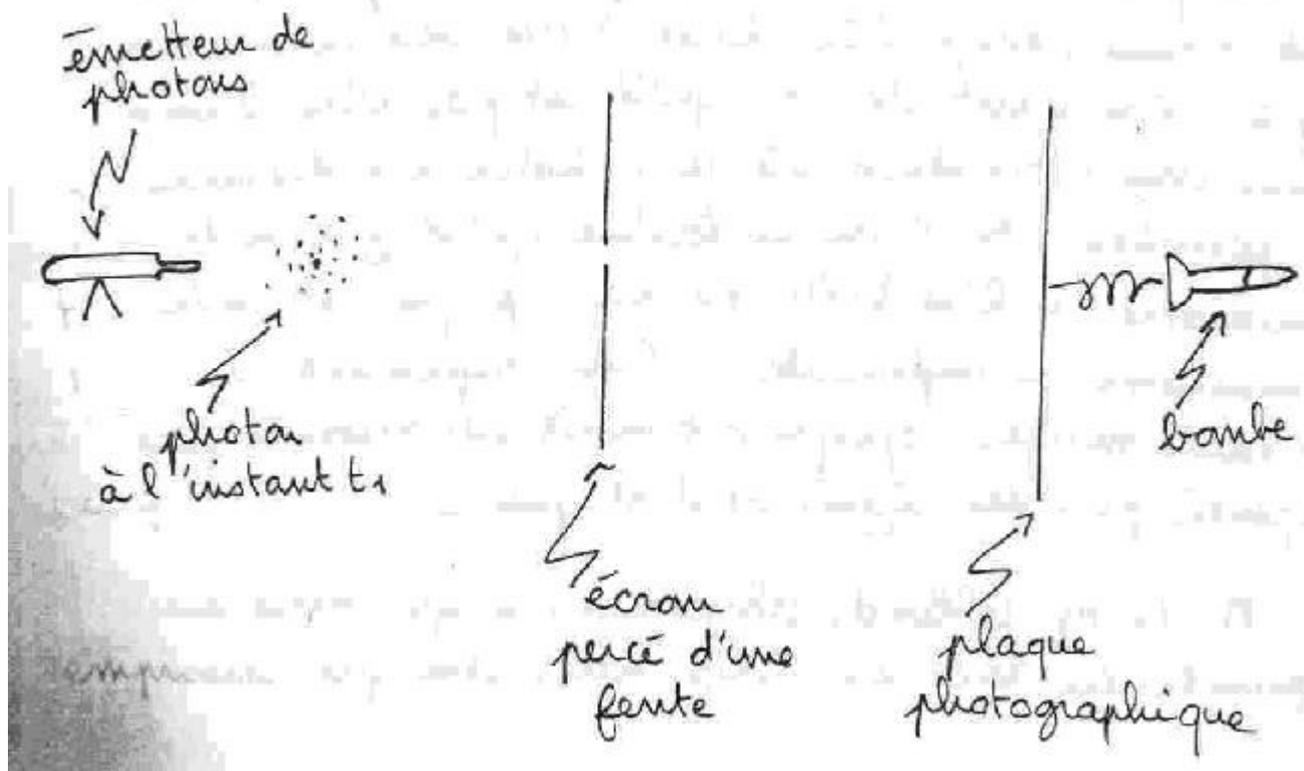


figure 3.3.1

Le problème se pose donc ainsi : si le photon est absorbé par l'écran, il ne se passera rien. S'il passe par la fente, il ira toucher la plaque photographique et un dispositif provoquera l'explosion de la bombe. A l'instant  $t_1$ , quand le photon est émis, il n'est pas question de savoir quel point il va aller frapper. Aucune connaissance des conditions initiales ne permet de dire s'il va aller frapper la plaque photo et détruire la planète, ou se perdre innocemment sur l'écran. A l'instant  $t_1$  l'avenir de la planète n'est pas déterminé, si l'on s'en tient à l'interprétation probabiliste de la mécanique quantique.

Cette expérience (que nous verrons plus loin sous une autre forme, et qui constitue le « paradoxe de Schrödinger ») a pour but de montrer que la particule microscopique n'est pas forcément noyée, englobée dans l'univers macroscopique. On vient de voir qu'il est possible d'imaginer une expérience où un photon va détruire la planète. Si l'on considère qu'il y a indéterminisme à l'échelle microscopique, cet indéterminisme se répercute automatiquement à l'échelle macroscopique, et n'est absolument pas compensé par des règles statistiques.

M. **Lévy-Leblond**, physicien, à qui nous avons emprunté la deuxième objection, celle qui consiste à envisager une nouvelle forme de déterminisme basée sur une notion d'état différente, semble tout d'abord mésestimer les risques qu'il y a à conserver les mêmes termes quand on change de théorie, en opérant des « glissements de sens ». Car la ficelle est un peu grosse ! Changeons le sens du mot « état » et la mécanique quantique devient déterministe. Changeons le sens du mot « sérieux » et le clown devient sérieux. L'état physique défini par la position et l'impulsion n'est peut-être pas une notion intuitive, mais en tous cas c'est une notion très opérationnelle. Imaginons une théorie physique où l'état d'une planète serait défini comme étant la sphère d'un million de kilomètres de rayon où l'on est sûr de la trouver : cette théorie serait, d'après M. Lévy-Leblond, déterministe. Mais elle serait tout à fait incommode pour faire atterrir une fusée.

Toutefois, pour ne pas ignorer totalement cette objection, nous ferons la convention de langage suivant : on appellera déterminisme le déterminisme au sens classique, celui qui s'intéresse à la localisation permanente des corpuscules.

On est donc conduit à écarter, soit le déterminisme, soit l'interprétation traditionnelle et

probabiliste de la mécanique quantique. L'abandon du déterminisme est inconcevable pour Einstein. Contrairement à de nombreux chercheurs actuels, qui basent leur refus de l'interprétation probabiliste sur l'examen concret des faits physiques nécessitant une localisation permanente des corpuscules, il semble que les motivations d'Einstein aient été avant tout d'ordre métaphysique. Il suffit pour s'en convaincre de lire sa correspondance avec Max Born. Il doit donc s'en prendre au principal champion et défenseur de la jeune théorie : Niels Bohr. Après quelques propositions infructueuses, que nous examinerons dans la suite, il atteint les limites du problème, en s'interrogeant sur la notion de réalité physique.

### 3.4 – Le paradoxe E.P.R.

En 1935, Einstein, Podolsky et Rosen publient dans la « Physical Review » un article qui s'intitule « *La description de la réalité physique donnée par la mécanique quantique peut-elle être considérée comme étant complète ?* ». Cet article, très bref, est destiné à remettre en question l'interprétation traditionnelle de la mécanique quantique et de la fonction d'onde  $\Psi$ . Celle-ci, selon les auteurs, ne peut prétendre donner une description complète de l'état du corpuscule, et n'indique en fait que la connaissance que nous en avons. Cet état pourrait dépendre de « paramètres cachés », pour l'instant inaccessibles, mais n'en ayant pas moins une réalité intrinsèque.

L'argumentation d'Einstein, Podolsky et Rosen est principalement basée sur la proposition d'un « critère de réalité » qui est une première tentative de retour vers la la réalité physique, que les théories modernes ont fait vaciller. Ce critère, il faut le citer in extenso : « *Si, sans perturber en aucune manière les systèmes, on peut prédire avec certitude la valeur d'une quantité physique qui s'y rapporte, alors il y a vraiment un élément de la réalité physique qui correspond à cette quantité* ».

Nous reviendrons sur ce que sous-entend ce « critère de réalité », à première vue si prudent et si raisonnable (quoique des formules comme « sans perturber le système », « prédire avec certitude », « réalité physique », mettent la puce à l'oreille dans la mesure où elles annoncent déjà les conclusions). Nous verrons notamment comment il implique une vision « réaliste » de l'univers. Mais un point est d'abord à souligner : l'acceptation de ce critère entraîne une situation paradoxale.

Examinons le cas d'une particule de spin zéro, qui se désintègre en deux fragments, de spin  $\frac{1}{2}$ , avec l'hypothèse que le spin total est conservé. Appelons U et V les deux fragments. Supposons que l'expérimentateur Pierre ait décidé qu'à l'instant  $t_2$  il mesurera la composante selon Oz du spin du fragment V. L'expérimentateur Paul peut prédire à Pierre, avec certitude, la valeur que ce dernier trouvera, et cela sans perturber le système. Il lui suffit de mesurer à un instant  $t_1$  (antérieur à  $t_2$ , et postérieur à la désintégration) la valeur selon Oz du spin du fragment U. Il en déduira, la valeur du spin total étant conservée, la valeur du spin de V. Si l'on accepte le critère de réalité EPR, il faut bien reconnaître qu'après l'instant  $t_1$  la composante suivant Oz du spin de V est un élément de la réalité physique, **et cela même si, à l'instant  $t_1$ , Paul change d'avis et décide de mesurer, non plus la composante selon Oz, mais la composante suivant Ox du spin de U**. S'il en est ainsi, le même raisonnement conduit à affirmer qu'à l'instant  $t_1$ , la composante suivant Ox du spin de V est également un élément de la réalité physique. Or ceci est en totale contradiction avec la mécanique quantique : les opérateurs représentant les composantes  $S_x$  et  $S_z$  du spin d'une même particule ne commutent pas, et  $S_x$  et  $S_z$  ne peuvent donc pas être considérés comme étant au même instant deux éléments de la réalité physique. Selon la théorie quantique, si l'on veut connaître  $S_x$  à l'instant  $t_0$ , il faut renoncer à connaître  $S_z$  à ce même instant.

Nous avons donc bien vu où réside le paradoxe : il ne s'agit pas de dire qu'on peut, à l'instant  $t_1$ , mesurer  $S_x$  et  $S_z$ , mais seulement de dire qu'on peut, à l'instant  $t_1$ , choisir librement

lequel des deux on veut mesurer, sans perturber le système, ce qui confère, à l'instant  $t_1$ , une même réalité physique à  $S_x$  et  $S_z$  (si l'on s'en tient au critère de réalité EPR).

Les auteurs de l'article sont donc amenés à conclure que la description de la réalité physique donnée par la mécanique quantique est incomplète.

Juin 1936 : la parole est à Bohr.

### 3.5 – La réponse de Niels Bohr : réalisme et positivisme

La réponse de Bohr paraît le mois suivant, dans les mêmes colonnes de la « Physical Review », et sous le même titre que l'article d'Einstein, Podolsky et Rosen : « La description de la réalité... ». Bohr ne s'en prend nullement au développement du paradoxe, mais seulement au « critère de réalité ».

Pour Bohr, cela n'a pas de sens de parler de l'existence d'un système microscopique s'il ne se trouve pas d'instruments de mesure susceptibles d'interagir avec lui. Le système en question, toujours selon Bohr, n'a aucune propriété physique indépendamment de l'existence ou de la présence de ces instruments.

On voit que cette vision de la réalité, dépendante de la connaissance qu'un observateur a du système (où en fait on ne s'intéresse plus au système observé, mais au système « observateur + observé ») est intimement liée au problème de la mesure.

Si nous observons une étoile, nous ne la perturbons pas (ou du moins faiblement !). Mais si nous voulons observer un photon, nous devons l'intercepter. partant de la disproportion entre l'observateur et le système observé microscopique, Bohr se refuse à concevoir une réalité physique séparable des instruments de mesure (selon qu'il désire mesurer  $S_x$  ou  $S_z$ , dans l'exemple précédent, l'expérimentateur devra imaginer des dispositifs différents, possédant chacun leurs propres sources d'erreurs et leurs propres défauts, etc...), et rejette donc le critère de réalité EPR.

On peut illustrer cette « inséparabilité » entre l'instrument de mesure et le système observé par un exemple que donne Bohr lui-même (et qu'il qualifie de « demi-sérieux ») (figure 3.5.1) :

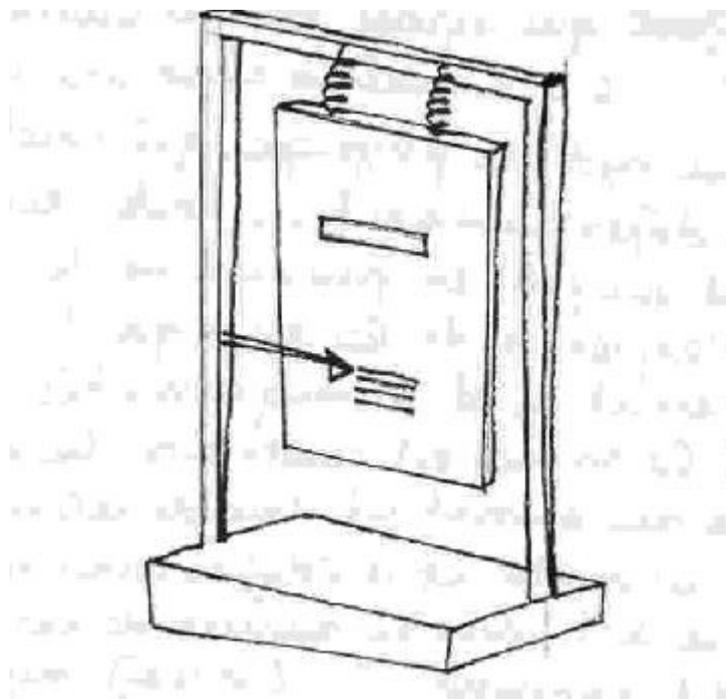


figure 3.5.1

Un diaphragme à fente est suspendu par de fins ressorts à un cadre rigide rivé au support où sont fixées les autres parties immobiles du dispositif. L'échelle dessinée sur le diaphragme est nécessaire pour mesurer l'impulsion qu'il a reçue et en déduire une évaluation de la déflexion

subie par la particule à la traversée de la fente. Mais puisque toute lecture de l'échelle, de quelque façon qu'elle soit faite, entraîne une variation incontrôlable de l'impulsion du diaphragme, il y aura toujours, en accord avec le principe d'indétermination, une relation de réciprocité entre notre connaissance de la position de la fente et la mesure de l'impulsion (en effet, pour lire l'échelle il faudra bombarder la plaque de photons, ce qui entraînera une imprécision sur la position de la fente ; si, pour remédier à cet inconvénient, on fixe la position du diaphragme par rapport au support rigide, on ne sera plus à même de déterminer l'impulsion du corpuscule).

On voit donc le fossé qui sépare Bohr et Einstein.

Pour Einstein, « ... il y a quelque chose comme l' « état réel » d'un système physique, qui existe objectivement indépendamment de toute observation ou mesure, et qui peut en principe se décrire par les moyens d'expression de la physique ».

Pour Bohr, l'observation est l'unique matériau à partir duquel la science est construite. La seule tâche qui incombe au savant est donc de relier une observation à la suivante, et d'édifier ainsi un formalisme qui ne soit faux en aucune de ses prédictions. Il dit clairement : « ... [il y a] impossibilité de toute séparation nette entre le comportement des objets atomiques et leur interaction avec les instruments de mesure servant à définir les conditions sous lesquelles le phénomène se manifeste ».

Puisqu'il faut bien mettre quelques étiquettes, pour ne pas trop mélanger les flacons, nous disons que Bohr est positiviste, et qu'Einstein est réaliste.

Nous revoilà de plain-pied dans les vieux problèmes qui tourmentaient les anciens. On connaît le sophisme classique, que rappelle Borgès dans ses « Fictions » : « *Le mardi, X traverse un chemin désert et perd neuf pièces de cuivre. Le jeudi, Y trouve sur le chemin quatre pièces un peu rouillées par la pluie du mercredi. Le vendredi, Z découvre trois pièces sur le chemin. Le vendredi matin, X trouve deux pièces dans le couloir de sa maison. Il est absurde d'imaginer que quatre des pièces n'ont pas existé entre le mardi et l'après-midi du vendredi, deux entre le mardi et le matin du vendredi, trois entre le mardi et l'après-midi du vendredi. Il est logique de penser qu'elles ont existé, du moins secrètement, d'une façon incompréhensible pour les hommes, pendant tous les instants de ces trois délais* ». Borgès fait remarquer que les verbes « trouver » et « perdre » présupposent l'identité des neuf premières pièces et des neuf dernières, et la circonstance perfide « un peu rouillées par la pluie du mercredi » présuppose ce qu'il s'agit de démontrer : la persistance des quatre pièces, entre le jeudi et le mardi.

De même, en physique quantique, une expression telle que « localiser un corpuscule » présuppose que le corpuscule n'a cessé d'exister, durant les instants antérieurs à l'observation.

**Bernard d'Espagnat** nous dit même que, pour un positiviste, la question de la persistance des pièces n'a aucun sens, dans la mesure où elle ne peut être vérifiée. Ainsi l'affirmation « l'homme qui a peint le premier bison des grottes de Lascaux avait une verrue au front », qui, pour l'homme de la rue, est soit vraie, soit fausse, et a donc un sens parfaitement clair, n'a aucun sens pour un positiviste, puisqu'elle ne peut être vérifiée. On voit donc à quel point une philosophie positiviste peut être dérangeante. L'angoisse qu'a ressentie Einstein au seuil de cet univers chaotique dans lequel la mécanique quantique précipitait l'homme et sa raison, est la même que celle qu'éprouve Winston, le héros de « 1984 » d'Orwell (un monde d'où la réalité a été bannie non plus par la science, mais par le tout-puissant parti), lorsque O'Brien, l'un des chefs du Parti, lui dit « vous n'existez pas ».

Mais laissons là la littérature, et revenons à nos particules. Cette discrimination que fait Niels Bohr pour les systèmes microscopiques semble très justifiée. Il serait vain de considérer l'électron comme une petite sphère tournant autour d'une sphère un peu plus grosse. Ce n'est rien d'autre qu'une image, une poésie. Cette poésie que dénonçait Camus quand il accusait cette science qui devait tout nous apprendre de se résoudre en oeuvre d'art.

Les raisonnements EPR paraissent tout de même bien « macroscopiques », et finalement un peu classiques. Il n'en reste pas moins que pour un esprit féru de réalisme, l'objection soulevée par Einstein, Podolsky et Rosen constitue bel et bien un paradoxe. Dans ce cas il faut admettre

que la théorie quantique est, sinon fautive, du moins incomplète : l'état du système quantique n'est pas défini complètement par la fonction  $\Psi$ . On quitte donc le débat épistémologique pour rentrer dans le domaine théorique et expérimental, à la recherche des variables cachées dont doit dépendre également l'état du système, et chargées en quelque sorte de réinstaurer le déterminisme. C'est ce qui va faire l'objet des travaux de Von Neumann, Bell, Jauch et Piron, Gleason, et bien d'autres...

Mais avant d'examiner les diverses théories de « Hidden variables » bousculons un peu la chronologie pour rappeler quelques autres attaques lancées contre l'interprétation probabiliste de la mécanique quantique. Elles sont pour la plupart antérieures au « paradoxe EPR », et dues à Einstein. Nous les présentons après le paradoxe car elles ont généralement fait l'objet d'un débat moins vite. Mais certaines d'entre elles restent, euh, troublantes...

### 3.6 – Autres objections faites à la mécanique quantique

#### 3.6.1 – La boîte à photons

Lors de la rencontre entre Einstein et Bohr, au congrès Solvay de 1930, Einstein émit l'argument suivant : la relation générale entre masse et énergie,  $E = mc^2$ , permettrait de mesurer l'énergie totale de n'importe quel système au moyen d'une simple pesée, et ainsi de déterminer en principe l'énergie qui lui est transférée lors d'une interaction avec un objet atomique. Comme dispositif adapté à cette fin, Einstein proposa le système suivant : une boîte est percée sur une face d'un trou que l'on peut ouvrir ou fermer à l'aide d'un obturateur déclenché par un mouvement d'horlogerie intérieur à la boîte. Au début, la boîte contient une certaine quantité de rayonnement. A un instant choisi, l'horloge ouvre l'obturateur pendant un temps très court : on peut ainsi établir qu'un seul photon est émis au travers du trou à un instant qui est connu avec toute la précision désirable. De plus, il serait possible, en pesant la boîte avant et après cet événement de mesurer l'énergie du photon avec toute l'exacitude voulue, en contradiction formelle avec l'indétermination réciproque des grandeurs de temps et d'énergie en mécanique quantique.

La boîte (dispositif de la figure 3.6.1) est suspendue à une balance à ressort, elle est munie d'une pointe servant à lire sa position sur une échelle fixée au support de la balance. On peut ainsi, en amenant la balance à la position zéro au moyen de poids, peser la boîte avec une précision donnée quelconque.

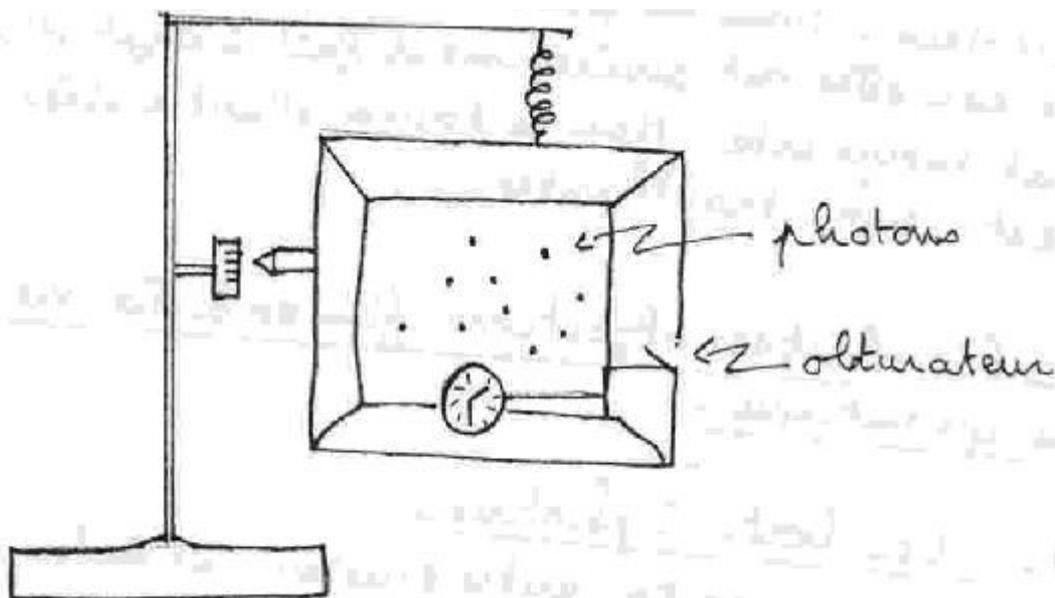


figure 3.6.1

Mais voilà la faiblesse de cette expérience imaginée par Einstein : toute détermination de la position de la pointe, avec une précision  $\Delta q$ , comporte dans la mesure de l'impulsion de la boîte une incertitude minimum  $\Delta p$ , reliée à  $\Delta q$  par  $\Delta q \Delta p \approx h$ . Cette incertitude doit être inférieure à l'impulsion totale qui, pendant tout le temps  $T$  de la pesée, peut être donnée par le champ gravitationnel à un corps de masse  $\Delta m$ , soit :

$$\Delta p \approx h/\Delta q < T g \Delta m \quad (1)$$

(où  $g$  est la gravité). Plus grande sera la précision sur la lecture  $q$  de la position de la pointe, plus devra être grand le temps de pesée  $T$ , si l'on se fixe la précision  $\Delta m$  sur le poids de la boîte.

Or, d'après la Relativité Générale, une horloge déplacée de  $\Delta q$  dans la direction de la gravitation change de rythme de sorte que son indication, au bout d'un intervalle de temps  $T$ , diffère de celui-ci d'une quantité  $\Delta T$  donnée par :

$$\Delta T/T = g/c^2 \cdot \Delta q \quad (2)$$

(1) et (2) montrent que, après la pesée, il y aura une incertitude sur la connaissance du temps :

$$\Delta T > h/(c^2 \Delta m)$$

Avec  $E = mc^2$ , il vient :

$$\Delta T \cdot \Delta E > h$$

en accord superbe avec le principe d'indétermination. Si l'appareil est conçu pour mesurer avec précision l'énergie du photon, il ne peut déterminer exactement l'instant où celui-ci s'échappe. On a donc ici une bonne idée de la fourberie de Bohr, qui se sert de la théorie de son adversaire pour le museler ! (provisoirement).

### 3.6.2 – Problème de la réduction du paquet d'onde

Considérons une bille de quelques centimètres de diamètre, se déplaçant dans une portion de l'espace où elle ne se trouve sous l'action d'aucune force. On sait que le mouvement de la bille est alors assimilable au mouvement de son centre de masse  $C$ , affecté de la masse  $m$  de la bille. A un instant  $t$ , supposons qu'on connaisse la position et l'impulsion de  $C$ , avec les incertitudes  $\Delta x$  (position) et  $\Delta p_x$  (impulsion). L'onde associée est un ket formé de la superposition d'ondes planes : c'est un paquet d'ondes, qui va « s'étaler » durant le déplacement. L'interprétation probabiliste de la mécanique quantique dit que le centre de masse  $C$  est quelque part dans le paquet d'ondes, avec une probabilité  $|\Psi(x)|^2 dx$ . Mesurons alors approximativement la position de la bille, par exemple au moyen de la photographie. Le cinquième postulat de la mécanique quantique nous dit : « *si la mesure de la grandeur physique  $A$  sur le système dans l'état  $|\Psi\rangle$  donne le résultat  $a_n$ , l'état du système immédiatement après la mesure est la projection normée*

$$P_n |\Psi\rangle / [\langle \Psi | P_n | \Psi \rangle]^{1/2}$$

de  $|\Psi\rangle$  sur le sous-espace propre associé à  $a_n$  ».

Autrement dit, l'incertitude sur la position, immédiatement après la photographie, est beaucoup plus faible qu'avant l'instant de la photographie. C'est le phénomène de « réduction du paquet d'ondes », qui illustre bien l'inséparabilité qu'il y a entre le phénomène observé et l'appareil de

mesure. L'explication de ce phénomène est classique : la mesure perturbe, de manière incontrôlable, le système (on retrouve les idées de Bohr, exposées précédemment). L'action du processus de mesure ne peut être diminuée indéfiniment à cause de l'existence du quantum d'action  $h$ . Cette explication, satisfaisante au niveau microscopique, ne convaincra ici personne : on voit mal comment quelques photons peuvent perturber de manière significative le mouvement d'une bille d'acier de quelques centimètres de diamètre. La photographie nous a simplement révélé un fait qui existait, indépendamment de tout observateur : la position du centre de masse  $C$ . Autrement dit, l'onde  $\Psi$  ne représente pas l'état du système, mais peut-être simplement la connaissance que l'on en a...

### 3.6.3 – Le paradoxe de Schrödinger (sur les différentes manières de tuer un chat)

Le principe du paradoxe de Schrödinger est le même que l'expérience du savant fou, exposée précédemment : dans les deux cas, une indétermination est transférée du niveau atomique au niveau macroscopique. La particule microscopique n'est plus noyée dans l'univers visible, mais agit directement sur lui. Voici le texte de Schrödinger :

*« Un chat est placé dans une chambre d'acier, à côté d'un appareil infernal (qui doit être protégé contre une interférence directe avec le chat) : dans un compteur Geiger il y a une petite quantité de substance radioactive, tellement infime que dans une heure un des atomes sera éventuellement désintégré et peut-être il ne le sera pas. Si un atome se désintègre, le compteur est déclenché, et par un mécanisme il met en mouvement un marteau qui brise une ampoule de cyanide. Si on laisse le système pendant une heure, on pourrait dire que le chat est encore vivant, si aucun atome ne s'est désintégré. La première désintégration va le tuer. La fonction  $\Psi$  du système entier peut exprimer cette situation, en contenant des parties égales de chat vivant et de chat mort ».*

On voit donc où réside le paradoxe : tant qu'on n'a pas regardé à l'intérieur de la boîte, le système contient des parties égales de chat vivant **et** de chat mort. C'est l'observation, au moment de laquelle se produit le phénomène de réduction du paquet d'ondes, qui « sélectionne » un des deux états possibles : « chat mort » **ou** « chat vivant », et qui, en fait, sauve ou condamne le chat. Tant que l'on n'a pas ouvert la boîte, le système comprend les deux futurs possibles.

On voit donc de nouveau que dès qu'une particule a la possibilité de perturber de façon significative un système macroscopique (ici en déclenchant un compteur Geiger), des ennuis surviennent.

### 3.6.4 – Problème des deux observateurs

Considérons une particule qui arrive normalement sur un écran percé d'un petit trou : derrière l'écran on place un film photographique de forme hémisphérique, de rayon tellement grand qu'on pourrait placer des observateurs espacés régulièrement sur toute la surface du film. Avant l'impact de la particule sur le film, en un point qu'on nommera  $A$ , chacun des observateurs attribue à la particule une même fonction  $\Psi$ , qui est maximale en certains points (correspondant aux franges de diffraction). Posons égale à  $\alpha$  la probabilité qu'a la particule d'arriver en  $A$  et à  $\beta$  la probabilité d'arriver en  $B$  (figure 3.6.2).

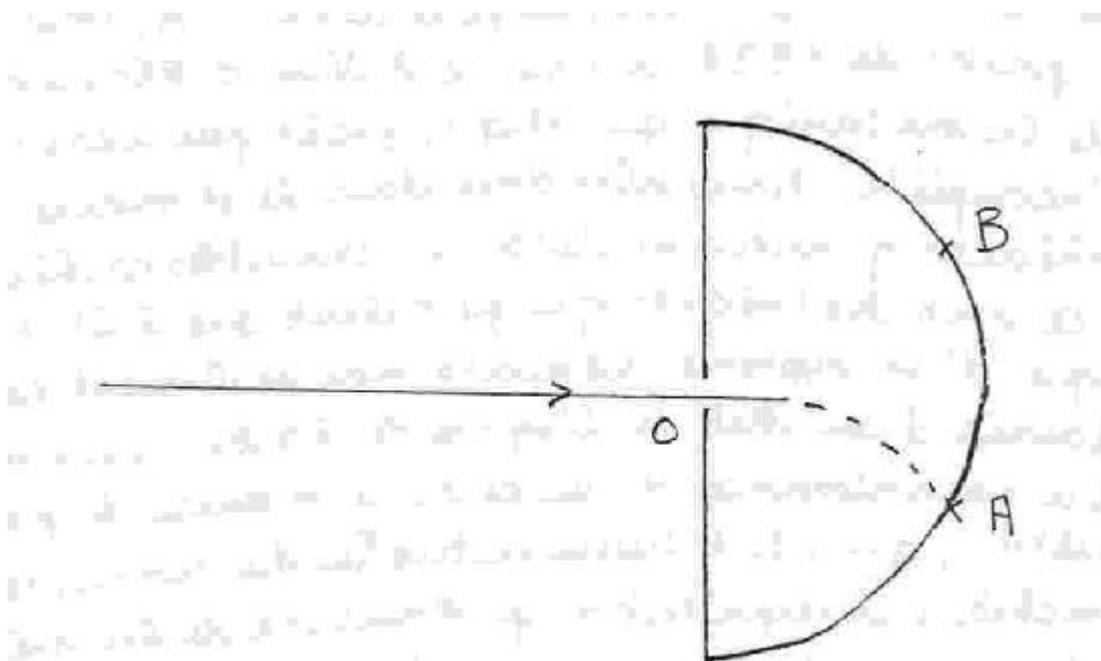


figure 3.6.2

Quand la particule arrive effectivement en A, l'observateur A modifie la valeur qu'il donnait auparavant à l'onde  $\Psi$ . Il ne dit plus :  $\Psi(A) = \alpha$ , et  $\Psi(B) = \beta$ , mais  $\Psi(A) = 1$  et  $\Psi(B) = 0$ . Même en supposant que A émette à l'intention de ses collaborateurs un signal dès qu'il reçoit la particule pendant le temps T de propagation du signal de A en B, l'observateur B attribue à la particule une onde  $\Psi$  dont les valeurs en A et B sont  $\alpha$  et  $\beta$ . C'est seulement lorsqu'il reçoit le signal qu'il se range à l'avis de l'observateur A, et dit :  $\Psi(A) = 1$ ,  $\Psi(B) = 0$ . Il y a donc un temps T pendant lequel divers observateurs attribuent des ondes  $\Psi$  distinctes au corpuscule. Ce qui tend de nouveau à montrer que  $\Psi$  ne représente pas l'état du corpuscule, mais seulement la connaissance que l'on en a.

\*  
\* \*

Ces diverses objections, le paradoxe EPR, vont conduire à partir de 1936 à une tentative d'élargissement de la mécanique quantique, jugée par beaucoup incomplète. Nous abordons donc le domaine des théories quantiques dites à « variables cachées ». Ce sont des théories qui postulent que l'état physique d'un système nécessite non seulement la donnée d'un ket de l'espace des états, mais aussi la connaissance d'un certain nombre de paramètres qui, à l'heure actuelle du moins, restent cachés. L'interprétation probabiliste de la mécanique quantique fournissant des prévisions en bon accord avec l'expérience, une condition nécessaire pour toute théorie à variables cachées est de redonner, dans le cas d'une distribution convenable des variables, les prévisions statistiques de la mécanique quantique « orthodoxe ».

### 3.7 – Les théories à variables cachées

#### 3.7.1 – Le théorème de Von Neumann (1936)

A la décharge de Von Neumann, dont le théorème interrompt pour une vingtaine d'années les travaux sur les variables cachées, il faut dire ceci : il partait sûrement d'une bonne intention. Il y avait de gros risques en 1935, à une époque où la mécanique quantique était encore jeune, de vouloir réinstaurer à toutes forces un déterminisme classique, et de barrer ainsi définitivement la route aux conceptions nouvelles. Von Neumann concluait ses travaux ainsi : « *Nous n'avons pas besoin de chercher plus longtemps un mécanisme pour les variables*

cachées, puisque nous savons maintenant que les résultats établis par la mécanique quantique ne peuvent être retrouvés grâce à elles ».

Bell va cependant montrer que le théorème de Von Neumann utilise des hypothèses de linéarité trop restrictives, et ne peut donc s'appliquer à toutes les théories à variables cachées.

### 3.7.2 – Les inégalités de Bell

Bell a démontré certaines inégalités, vérifiées par les lois de probabilité associées à un système donné. Elles sont importantes car il semble qu'elles permettent, par une expérience convenable, de trancher la question des variables cachées.

Bell considère une théorie quelconque à paramètres cachés  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  dont la distribution  $\rho(\lambda_1, \lambda_2, \dots)$  est notée  $\rho(\lambda)$ , et il étudie alors un système de particules, corrélées 2 à 2. Et il trouve des lois statistiques qui peuvent, sous des conditions déterminées, être différentes de celles prévues par la mécanique quantique « traditionnelle ». Cette divergence, exploitée par l'expérience, pourrait permettre de trancher.

Soit un ensemble de particules corrélées 2 à 2 (par exemple les produits de désintégration d'un corpuscule de spin nul, qui vont faire des paires de particules de spins opposés  $\pm 1/2$ , pour satisfaire à la conservation du spin total).

On dispose sur les trajectoires, elles-mêmes corrélées (conservation de l'impulsion), des analyseurs qui déterminent la composante du spin de ces particules selon leur axe propre (figure 3.7.1).

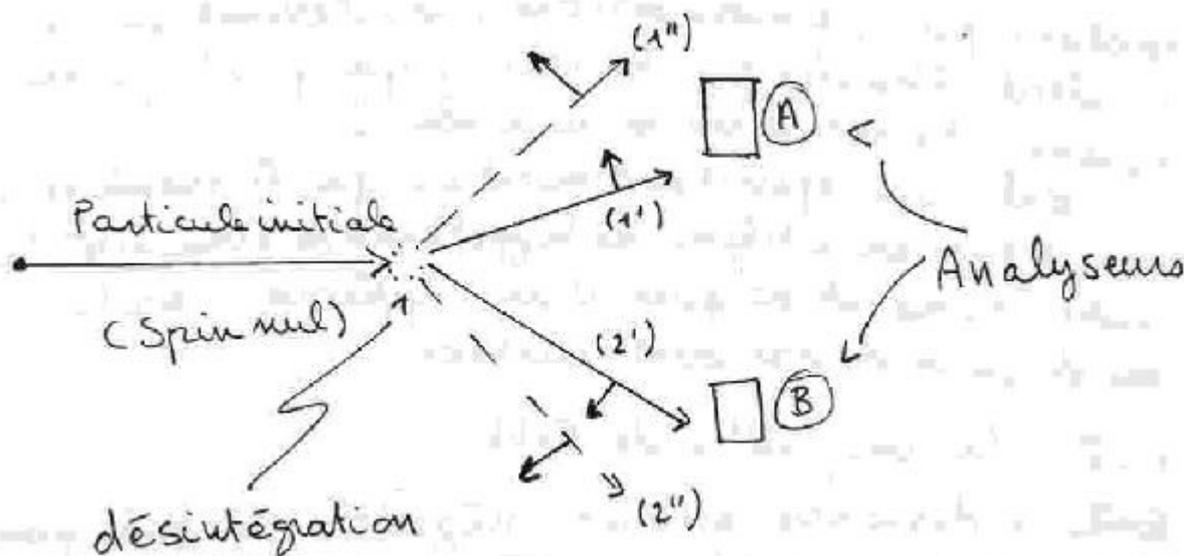


figure 3.7.1

Si la particule 1 se trouve en (1'), alors 2 se trouve en (2'), etc... On dispose les analyseurs A et B de telle manière que si 1 entre dans A, alors 2 entre dans B. Les orientations de A et B seront déterminées par les nombres  $a$  et  $b$  respectivement. **L'essentiel est qu'on suppose que la mesure ne peut donner lieu qu'à 2 résultats, qu'on peut désigner par +1 ou -1.** Soit  $A(a)$  et  $B(b)$  les résultats donnés par A et B. On a :

$$A(a) = \pm 1$$

$$B(b) = \pm 1$$

Supposons que la corrélation entre  $A(a)$  et  $B(b)$  soit due à une certaine « information » transportée par chaque particule, information qui aurait été modulée pendant un instant antérieur à la désintégration. Cette information dépend d'un ensemble de paramètres cachés,

noté  $\lambda$ .  $A(a)$  et  $B(b)$  dépendent donc de  $\lambda$ . On a :  $A(a, \lambda)$  et  $B(b, \lambda)$ .

Définissons la fonction de corrélation  $P(a, b)$  qui existe entre  $A(a)$  et  $B(b)$  :

$$P(a, b) = \overline{A(a) \cdot B(b)} = \int_D A(a, \lambda) B(b, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda$$

( $D$  est le domaine de variation des  $\lambda$ , et  $\rho(\lambda)$  une distribution caractéristique de la source émettrice). On a :

$$|P(a, b) - P(a, c)| \leq \int_D |A(a, \lambda) B(b, \lambda) - A(a, \lambda) B(c, \lambda)| \rho(\lambda) d\lambda = \int_D |A(a, \lambda) B(b, \lambda)| \left| 1 - \frac{B(c, \lambda)}{B(b, \lambda)} \right| \rho(\lambda) d\lambda$$

car  $|\int \dots| \leq \int |\dots|$ . Mais on sait que  $B(b, \lambda) = \pm 1$ . Donc  $B(b, \lambda) = 1/B(b, \lambda)$  et  $[1 - B(b, \lambda)B(c, \lambda)] > 0$ . De plus  $|A(a, \lambda)B(b, \lambda)| = |\pm 1| = 1$ . Donc :

$$|P(a, b) - P(a, c)| \leq \int_D |1 - B(b, \lambda)B(c, \lambda)| \rho(\lambda) d\lambda$$

$$|P(a, b) - P(a, c)| \leq 1 - \int_D B(b, \lambda)B(c, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda$$

puisque :

$$\int_D \rho(\lambda) d\lambda = 1$$

Puisqu'on s'intéresse aux corrélations entre  $A(a)$  et  $B(b)$ , supposons que la corrélation totale est atteinte pour une valeur  $b'$  de  $a$ , et pour  $b$ . Alors :  $P(b', b) = 1 - \delta$  ( $\delta$  petit, indique que la corrélation n'est jamais parfaite), cela signifie qu'on aurait alors :  $\forall \lambda \in D^*$  (où  $D^*$  est une « grande » partie de  $D$ )  $A(b', \lambda) = B(b, \lambda)$ .

Divisons  $D$  en  $D^+$  et  $D^-$ , telles que  $D^\pm = \{\lambda \in D, A(b', \lambda) = \pm B(b, \lambda)\}$ , on a :

$$\int_{D^+} A(b', \lambda) B(b, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda + \int_{D^-} A(b', \lambda) B(b, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda = 1 - \delta$$

où :

$$\int_{D^+} \rho(\lambda) d\lambda - \int_{D^-} \rho(\lambda) d\lambda = 1 - \delta, \text{ et : } \int_{D^+} \rho(\lambda) d\lambda + \int_{D^-} \rho(\lambda) d\lambda = 1$$

$$\Rightarrow \int_{D^-} \rho(\lambda) d\lambda = \frac{\delta}{2}, \text{ et : } \int_{D^+} \rho(\lambda) d\lambda = 1 - \frac{\delta}{2}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \int_D B(b, \lambda) B(c, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda &= \int_{D^+} A(b', \lambda) B(c, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda + \int_{D^-} -A(b', \lambda) B(c, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda \\ &- \int_{D^-} -A(b', \lambda) B(c, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda + \int_{D^+} -A(b', \lambda) B(c, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda \end{aligned}$$

donc :

$$\int_0^{\delta} B(b, \lambda)B(c, \lambda)\rho(\lambda)d\lambda = \int_{0+} A(b', \lambda)B(c, \lambda)\rho(\lambda)d\lambda - 2 \int_{0-} A(b', \lambda)B(c, \lambda)\rho(\lambda)d\lambda$$

$$\geq P(b', c) - 2 \int_{0-} A(b', \lambda)B(c, \lambda)\rho(\lambda)d\lambda = P(b', c) - 2 \frac{\delta}{2}$$

(car  $-\int AB \geq -\int |AB|$ ). D'où :

$$|P(a,b) - P(a,c)| \leq 2 - P(b',b) - P(b',c)$$

Si  $P(a,b)$  ne dépend que de la différence  $b - a$  (angle que font A et B entre eux), on a :

$$|P(\alpha) - P(\alpha + \beta)| \leq 2 - P(\gamma) - P(\beta + \gamma) \quad (3)$$

avec  $\alpha = b - a$ ,  $\beta = c - b$ ,  $\gamma = b - b'$ .

Résultat qui va être exploité expérimentalement, car la théorie quantique classique permet dans certains cas de déterminer directement les fonctions de corrélation  $P(\Phi)$  en fonction de l'angle relatif  $\Phi$  entre A et B. Ces expériences cherchant à montrer si (3) est violée ou non porteront donc sur des mesures de fonctions de corrélation.

### 3.7.3 – Les tentatives récentes de vérification de la mécanique quantique (d'après M. Paty, Strasbourg, 1974)

Le débat qui a donc d'abord été épistémologique (discussions entre Einstein et Niels Bohr), puis théorique comme nous avons essayé de le montrer en donnant une idée de la démonstration de Bell, devient maintenant purement expérimental.

En 1974, le bilan est le suivant.

Deux types d'expériences ont été tentés :

- 1) – Corrélations de polarisation des photons émis dans l'annihilation  $e^+e^-$ .
- 2) – Corrélations des photons émis dans les désexcitations atomiques en cascade.

Conçues pour tester les inégalités de Bell, ces expériences ont donné les résultats suivants :

- Premier type : pour la mécanique quantique : Kasday (1971), contre la mécanique quantique : Faraci (1974) (les résultats de Faraci se situent juste à la limite supérieure des inégalités de Bell, et permettent difficilement de conclure).
- Deuxième type : pour la mécanique quantique : Freedman et Clauser (1972), contre la mécanique quantique : Holt (1973).

Depuis 1974, il semble que le bilan se soit nettement aggravé, en faveur de la mécanique quantique. Néanmoins, un argument quantitatif ne saurait suffire. L'expérience de Holt, visitée de nombreuses fois, semble être rigoureuse. La désexcitation utilisée est celle relative à l'atome de mercure  $^{198}\text{Hg}$  (figure 3.7.2).

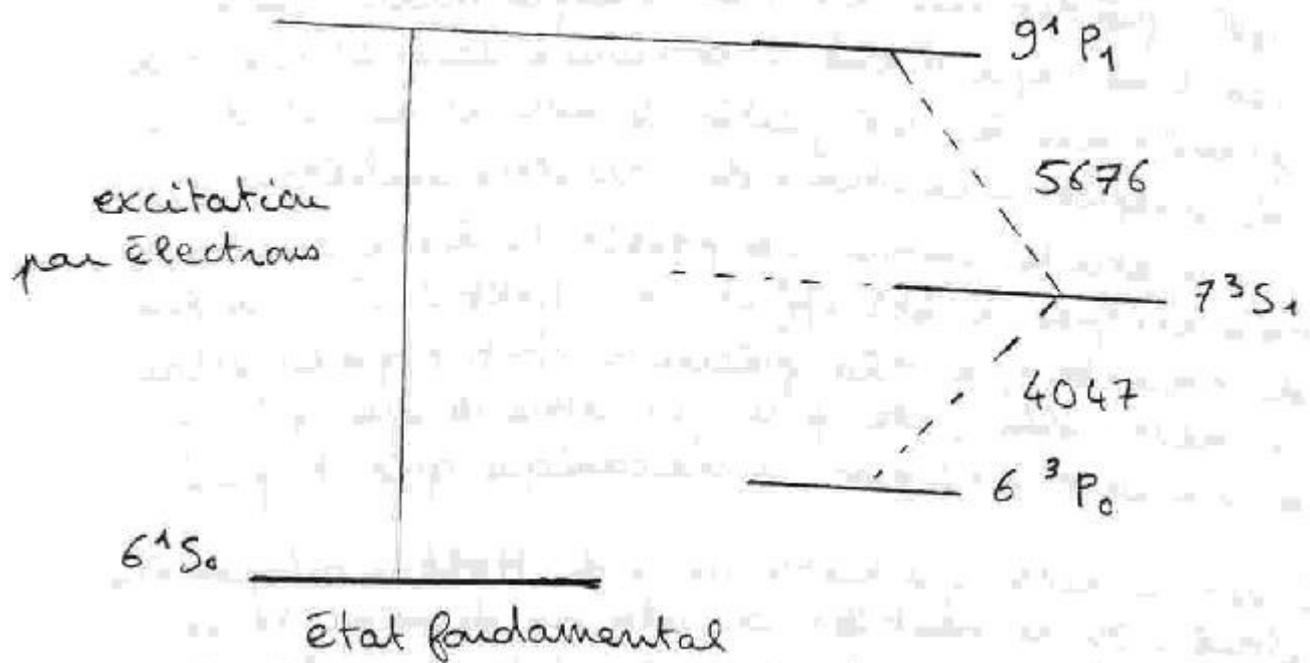


figure 3.7.2

Il faut noter qu'il s'agit de la première observation de ce type de transition, et la même expérience a pu déterminer en outre la durée de vie du niveau intermédiaire  $7^3S_1$  (évalué à  $8,2 \pm 0,2$  ns). Les inégalités de Bell s'écrivent ici :

$$-1/4 \leq (R(67^\circ 1/2) - R(22^\circ 1/2))/R_0 \leq 1/4 = 0,250$$

La mécanique quantique prédit :

$$(R_{MQ}(67^\circ 1/2) - R_{MQ}(22^\circ 1/2))/R_{0MQ} = 0,269$$

Le résultat expérimental est le suivant :

$$(R(67^\circ 1/2) - R(22^\circ 1/2))/R_0 = 0,216 \pm 0,013$$

La corrélation observée est donc moindre que celle prédite par la mécanique quantique : le résultat expérimental se trouve dans l'intervalle permis par les inégalités de Bell, et permet donc de supposer l'existence de variables cachées.

Une étude soignée des possibilités d'erreurs systématiques a été effectuée. Holt déclare en fin de compte que « la précision statistique est certainement suffisante pour permettre de dire qu'il y a un désaccord avec la mécanique quantique ».

Il est à noter que les travaux de Holt n'ont pas été publiés. On ne peut les consulter que dans sa thèse à Harvard. Une mauvaise réputation semble planer sur les variables cachées. Il faut bien s'y faire : en mécanique quantique, le classicisme est devenu scandaleux.

### 3.8 – La non-séparabilité

Quelques mots pour finir sur la non-séparabilité, cette notion qui veut que des objets ayant interagi dans le passé, ne sont pas vraiment séparés, même s'ils occupent des régions de l'espace très éloignées l'une de l'autre. On pourrait imaginer que des « influences » se propagent avec une vitesse égale ou supérieure au rapport qui existe entre la distance séparant les deux objets et l'intervalle de temps qui sépare les deux mesures les concernant.

Si, dans certaines expériences, ce rapport était supérieur à la vitesse de la lumière, il faudrait donc qu'existent des influences se propageant plus vite que la lumière – dans leurs effets – ce qui serait contraire à l'idée que l'on se forme en général de l'un des premiers principes de la théorie de la relativité.

Écoutons ce qu'a dit sur ce point Jean Gréa, lors d'une récente conférence à la faculté Saint-Charles.

La question était : « y a-t-il contradiction entre la non-séparabilité et la relativité ? »

Jean Gréa :

*« Contradiction ou impossibilité ? Au niveau de la relativité restreinte, il y a déjà un problème. Au niveau de la relativité générale, ce n'est pas interdit du tout qu'on s'en sorte. Si on prend la théorie des champs seuls, au niveau du champ gravitationnel, il y aura des problèmes. Mais il est bien connu qu'il y a eu une tentative de faite pour quantifier le champ gravitationnel aussi. Et ça, c'est un formalisme relativiste. Autrement dit, il a les mêmes propriétés que les descriptions des champs d'interaction, que ce soit faibles, forts, électromagnétiques. dans ce cas là, il n'y a pas contradiction et c'est assez étonnant, mais pour les champs électromagnétiques, qui sont relativistes, le problème de localité ne se pose pas. Tout point d'un champ peut être modifié à volonté de l'expérimentateur. Ce n'est pas parce que vous parlez de champ que vous ne faites pas de décomposition. On a l'habitude de dire : les occidentaux pensent en systèmes localisés, ponctuels, et les Chinois en notion de champs. Et c'est un phénomène que j'ai vérifié, mais il n'est pas vrai que quand on pense « champ », on pense obligatoirement « continu », et le meilleur exemple, c'est que quand on utilise la notion de champ, elle correspond à des propriétés locales, c'est-à-dire qu'on peut modifier comme on veut la forme du champ en un point ».*

Cette réponse est d'une netteté moyenne. Faut-il y comprendre que même une théorie du champ unifié n'exclurait pas l'étude de propriétés locales ? Et cette éventuelle théorie unifiée n'impliquerait-elle pas forcément une réalité physique non-séparable ? Laissons le lecteur sur ces perspectives, et concluons.

### 3.9 – Quelques mots avant de partir

Dans ce chapitre, nous avons tenté de faire rapidement le point sur la mécanique quantique, et sur les problèmes épistémologiques que soulève son interprétation. Nous avons montré la naissance de la théorie, les premières discussions qu'elle a suscitées dans sa jeunesse, les contradictions – apparentes ou non – de son âge mûr.

Une remarque s'impose : il ne faudrait surement pas attendre qu'une théorie physique quelle qu'elle soit ait des réponses qu'il n'est pas de son ressort de donner. Faire des expériences sur des corrélations des spins, soit. En attendre une réponse au niveau de l'existence ou de la non-existence de variables cachées, passe encore. Mais aller espérer de ces expériences qu'elles restituent un déterminisme, non ! L'« indéterminisme » de la mécanique quantique paraît en fait infiniment trop trivial. Si l'univers n'était que vaste « champ », fluctuant, condensé en certains points, le chaos – ou l'ordre incompréhensible – qui y régnerait, serait probablement difficile à réduire à une équation de Schrödinger.

Et que les physiciens eux non plus n'outrepassent pas leurs droits et leurs possibilités – quand le physicien se fait métaphysicien – ou pataphysicien – c'est souvent qu'il s'ennuie.

Quand **Jacques Monod** déduit du code génétique la position misérable de l'homme dans l'univers, ou quand Bernard d'Espagnat estime « ... douteux qu'aucun penseur puisse valablement se forger une vue non superficielle et non arbitraire du monde, s'il ignore la physique ou s'il n'en a cure », ils tombent dans un vieux travers : celui qu'a chaque corporation à vouloir « expliquer le monde » par sa discipline. Le chrétien explique le monde par la bible, le physicien par l'équation de Schrödinger, l'alchimiste par ces courants ténus de lumière qui oscillent entre les étoiles...

Encore peut-on accorder à la mécanique quantique, comme à d'autres théories, de nous avoir donné « une conscience encore plus accrue de la pauvreté de notre condition » (Jean Rostand).

Elle a mis des mots et un formalisme sur une irréalité qu'il était possible de concevoir sans elle. Angoissant, cet univers chaotique et hasardeux que tente de décrire la physique moderne ? Cela n'est pas si sûr ! Si c'est bien le savant qui crée l'atome dans son laboratoire, si le monde va disparaître avec la dernière conscience, c'est peut-être qu'après tout nous sommes des Dieux et que chaque esprit englobe un univers. C'était écrit sur les murailles d'un mois de Mai bien sympathique, il y a de cela deux ou trois mille ans :

**Ne vous inquiétez pas, c'est la réalité qui se trompe !!!**

## **TROISIEME PARTIE**

### **CHAPITRE 4 LA CORRESPONDANCE BORN-EINSTEIN, 1916-1955**

*par Colette Garaventa*

**NB - les lettres n'apparaîtront pas dans le présent rapport pour des raisons de droits d'auteurs. Les consulter dans le livre original:**

***"The Born Einstein letters", MacMillan Press, London, 1971***

**ou consulter le site de la BNF sur la physique quantique, son histoire et sa philosophie:**

**[http://sfp.in2p3.fr/PIF/PIF\\_mars2001/Quanta/bnf/biblio\\_htm.htm](http://sfp.in2p3.fr/PIF/PIF_mars2001/Quanta/bnf/biblio_htm.htm)**

#### **4.1 – Introduction**

En 1916, Einstein finit ses travaux sur la Relativité Générale et se concentre sur les phénomènes quantiques, tandis que Born fonde un groupe de travail qui s'oriente vers la physique quantique.

Une amitié lie alors les deux scientifiques, dont cette correspondance nous rend témoignage malgré les périodes agitées des guerres 14-18 et 39-40 et la discrimination raciale qui a visé les scientifiques et tous les hommes dans différents pays.

La correspondance entre Einstein et Born nous dévoile sur le plan scientifique, politique, philosophique, et personnel leurs opinions divergentes sur certains problèmes mais aussi leur unité sur certaines visions des choses du Monde.

Leur méthode de travail, leur style de vie s'opposent mais la plus profonde antinomie apparaît dans leur recherche même quand ils font appel à l'option métaphysique. Leur refus de mettre une interprétation définitive de la mécanique quantique est le centre de leur querelle. Born qualifie cela de « déterminisme d'Einstein » et Einstein le nomme « hegelianerie » en opposition à la physique juive, spéculative et réaliste qu'il enseigne.

Leur opinion sur la relativité et la conception de l'espace et du temps ne les oppose pas, seule la théorie des quanta provoque une divergence. Einstein refusait de voir dans la mécanique quantique une représentation définitive, exhaustive, des phénomènes physiques. Ses convictions philosophiques impliquaient d'une part que le monde peut se diviser en un domaine objectif ou subjectif, d'autre part l'hypothèse que l'on doit pouvoir décrire l'aspect objectif de façon non équivoque.

#### **4.2 – Période de 1916 à 1920**

L'article d'Einstein sur la théorie einsteinienne de la gravitation et de la réalité n'est basé, selon Born, que sur un fait empirique où la masse inerte est égale à la masse pesante, donc un observateur enfermé dans une voiture ne peut pas distinguer si l'accélération d'un corps dans cette voiture est due à un champ gravifique extérieur ou à une accélération de la voiture, elle-

même dirigée en sens opposé. L'existence et l'intensité d'un champ de gravitation dans un espace restreint ne peuvent donc être établies que relativement à un système de référence déterminé.

Telle est l'origine historique de la théorie de la relativité et qui l'était encore d'après Born en 1965.

Dans la situation politique où se trouvent Born et Einstein après la fin de la première guerre mondiale, et, confronté à l'interprétation des actes de la Société des Nations, Born apparaît plus pessimiste qu'Einstein pour qui un déterministe endurci ne doit pas perdre la foi dans les hommes. Einstein disait à cette occasion : « *C'est justement le comportement instinctuel des hommes aujourd'hui, dans le domaine politique, qui est propre à aviver la foi dans le déterminisme* ».

Ce n'est que quelques années plus tard que Born change d'idée et devient un indéterministe. Le « matérialisme de Born » apparaît à Einstein comme le fait de considérer la question « Pourquoi ? » et jamais à « Dans quel but ? ».

Einstein pense que : « *Aucun principe utilitariste, aucun clivage sélectif, ne peuvent nous en faire démordre* », et ce n'est que si quelqu'un entreprend de trouver une motivation en essayant que ces choses aident à préserver et à favoriser l'existence de l'espèce humaine, que surgit la question : « Dans quel But ? ». Il pense qu'une réponse fondée sur des arguments scientifiques serait désespérante.

Dans cette vision, Einstein juge que la manière de Born de considérer la connaissance comme pessimiste est fautive, car, pour lui, avoir une idée précise des causes et des effets est une belle chose de la vie et défend la valeur de la connaissance au sens de la science. Les espoirs qu'Einstein avait placés dans la Société des Nations ne semblaient pas vouloir se concrétiser, et il les avait souvent opposés au pessimisme de Born.

Einstein pense que la résolution des quanta n'est pas possible en supprimant le continuum par analogie à la relativité générale à laquelle on ne peut aboutir si le système de coordonnées est supprimé. Il se confronte alors au problème de causalité et se pose la question de savoir si l'absorption et l'émission des quanta sont concevables selon une causalité complète. Il y renonce, ne pouvant résoudre le problème en y rattachant une causalité absolue et entière.

La déclaration d'Einstein sur les quanta souligne la position qu'il défendra contre la mécanique quantique, il disait : « *Je crois tout comme avant qu'il faut trouver à l'aide d'équations différentielles, une surdétermination telle que les solutions n'aient plus le caractère d'un continuum. Mais comment ?* ».

Il veut s'en tenir à une théorie fondée sur un continuum donc à des équations différentielles et rendre compte des phénomènes quantiques par une surdétermination. Born, à l'inverse, pense que la théorie des quanta peut exclure le continuum mais il n'arrive pas malgré tout à formuler son idée d'interpréter la structure quantique à l'aide d'équations différentielles par une surdétermination.

Einstein, même après la découverte de la mécanique quantique, n'abandonne pas l'idée de rendre compte de la structure quantique de l'univers par des équations différentielles.

Pour Born, la base de la mécanique quantique a été confirmée par la formation des raies spectrales atomiques par des chocs d'électrons dont les expériences ont été effectuées par Herz et Franck.

Einstein juge que les vastes mouvements comme l'antisémitisme, l'envahissement de la publicité, suivent une course inexorable selon la loi du déterminisme.

Boguslavsky travaille sur la théorie atomique et sur le moment dipolaire qu'il rapproche de la mécanique quantique.

### 4.3 – Période de 1921 à 1925

La théorie einsteinienne des quanta de lumière, qui conçoit le rayonnement comme un gaz composé de photons, établit pour tout gaz idéal la proportionnalité entre le carré de l'oscillation et la densité moyenne de l'énergie.

Born établit, en utilisant la loi du rayonnement mise au point empiriquement par Planck, que le carré moyen des oscillations est la somme des deux termes :

carré moyen des oscillations = carré de l'oscillation + densité moyenne de l'énergie

donc que le rayonnement ne se compose pas d'ondes et de corpuscules séparément mais des deux pris ensemble. Born étudie les structures atomiques, et en particulier les règles de Bohr-**Sommerfeld** pour l'application de l'hypothèse des quanta aux systèmes mécaniques qui devaient aboutir à des résultats exacts en utilisant les procédés d'approximation dérivés de la méthode des perturbations de **Poincaré**. Ne pouvant vérifier ces lois, il exprime les quanta en terme de « *cochonnerie désespérante* ».

Malgré ses recherches, Born déclarait : « *Je me suis livré à toutes sortes de réflexions sur la théorie quantique de la formation des molécules, mais plus les résultats sont nets, plus le système paraît dément dans son ensemble* ».

Born s'intéresse à la relation entre les lois quantiques et la mécanique classique établie par Bohr sur l'atome d'hélium, mais le résultat étant négatif, il va essayer d'élaborer une nouvelle théorie, et disait : « *C'est pourquoi nous voulions étudier de près le problème des deux corps appliqué à l'atome d'hélium. Le résultat fut totalement négatif et nous amena finalement à nous détourner de la mécanique classique et à mettre sur pieds une nouvelle théorie, la mécanique quantique* ».

Rappelons que le point fondamental de la « querelle » entre Born et Einstein est basé sur le fait qu'Einstein était convaincu que la physique nous ouvre la connaissance du monde objectif, et il ajoutait : « *Mais je ne voudrais pas me laisser entraîner à renoncer à la causalité stricte tant qu'on ne s'en sera pas défendu de toute autre façon que jusqu'à présent. L'idée qu'un électron exposé à un rayonnement choisit en toute liberté le moment et la direction où il veut sauter m'est insupportable* ».

A l'inverse, Born, au cours de ses expériences dans le domaine des phénomènes quantiques dans les atomes, s'était convaincu que du monde objectif « *nous n'avons à chaque instant qu'une connaissance grossière et approximative, et que l'on déduit grâce aux lois de probabilité de la mécanique quantique les états qui nous seront inconnus* ».

**Jordan** et Born étudient toutes les coïncidences imaginables entre les systèmes multipériodiques classiques et les atomes quantiques.

Jordan fonde ses opinions sur une toute autre vision : il admet que des faisceaux d'ondes soient cohérents, tandis qu'Einstein les considère non cohérents.

Les travaux de Jordan, élève de Born, sont aussi à l'origine d'un nouveau point de divergence entre Born et Einstein.

### 4.4 – Période de 1925 à 1937

Heisenberg formule et illustre, à l'aide d'exemples simples, les principes de base de la mécanique quantique. Born affirme l'exactitude du principe de Heisenberg malgré une résonance mystique, et montre que ses calculs étonnants n'étaient autres que le calcul matriciel. La transcription par Heisenberg de la condition quantique représentait alors les éléments diagonaux de la matrice

$$pq - qp = h/2\pi i$$

et que les autres éléments de la même grandeur  $pq - qp$  devaient être nuls. Mais connaissant la position d'Einstein, et pour ne pas fournir un argument à leur querelle, Born décida : « *S'il en était ainsi, je fus assez prudent pour n'en rien dire à Einstein* ». Born reformula alors la mécanique quantique à l'aide de symboles non commutatifs. Einstein, malgré ses opinions divergentes sur les principes fondamentaux qui régissent la mécanique quantique, pense que celle-ci apporte beaucoup de choses : « *La mécanique quantique force le respect* » dit-il, mais il la rejette sans une argumentation véritable car il s'appuie en partie sur des idées philosophiques qui ne convenaient pas à la génération de Born.

Einstein refuse l'interprétation statistique de la mécanique quantique car il recherche à l'inverse une interprétation précise, non statistique, causale. Pendant cette courte période 1927-1928, où la correspondance entre les deux hommes a disparu (ou n'a pas été écrite), les attaques contre la mécanique quantique ne se sont pas arrêtées.

Born, en 1929, après avoir effectué les expériences, change d'opinion sur les études de Jordan et se range aux côtés d'Einstein en déclarant : « *On ne peut pas justifier par des arguments logiques l'acceptation ou le rejet futur du déterminisme* ».

Il juge que les équations d'onde dans plus de trois dimensions ne pouvaient constituer un retour à l'interprétation classique. Il pensait que la théorie de Heisenberg était plus ouverte et permettait de voir plus loin, contrairement à l'équation d'onde de Schrödinger qui enlevait certaines particularités et singularités de la mécanique quantique comme les bonds de quanta.

Il basait son interprétation statistique de la mécanique quantique en 1926 sur le fait qu'il considérait les collisions de particules comme une dispersion d'onde, mais seulement dans le cas limite simple où la représentation tridimensionnelle intuitive était possible.

Il jugeait aussi la conception statistique de la physique comme définitive, tandis qu'Einstein la prétendait non définitive et pouvant sans cesse progresser, et ce dernier d'ailleurs déclarait à ce propos : « *Le point faible est que les lois établies ainsi sont incomplètes et qu'aucun moyen de les compléter ne semble s'imposer logiquement* ».

Born étudie la théorie unitaire du champ en ne faisant pas intervenir la gravitation et traite, mais avec de grosses difficultés, quantiquement les équations du champ.

Einstein n'est pas convaincu, et il s'intéresse, car il croit que l'interprétation probabiliste ne constitue pas une solution praticable à la généralisation relativiste. La justification de Born du choix d'une fonction hamiltonienne pour le champ électromagnétique, par analogie avec la théorie restreinte de la relativité, n'a pas convaincu Einstein. D'ailleurs celui-ci élevait deux objections contre les idées de Born :

- La première reposait sur son refus de l'interprétation probabiliste de la mécanique quantique.
- La seconde portait sur la première théorie « classique » du champ élaborée par Born. Elle se fondait sur l'analogie : l'énergie cinétique d'une particule, qui est proportionnelle en mécanique classique au carré de sa vitesse, est représentée dans la théorie de la relativité restreinte par un terme complexe ; pour des vitesses faibles par rapport à celle de la lumière, celui-ci se ramène à la formule classique, mais s'en éloigne quand la vitesse de la particule approche celle de la lumière. Dans l'électrodynamique de Maxwell, la densité de l'énergie est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ. Born la remplaçait par une expression générale qui la ramenait à l'expression classique quand le champ était faible par rapport à une « intensité absolue », mais s'en écartait quand ce n'était pas le cas. Il advenait automatiquement que l'énergie totale du champ d'une charge ponctuelle est finie, alors que dans le champ de Maxwell, elle s'accroît infiniment. Le champ absolu doit être considéré comme une constante naturelle. Born, par cette analogie, ne convainc pas Einstein et avec **Infeld** il l'abandonne car ils n'arrivent pas à la faire concorder avec les principes de la théorie quantique du champ.

En 1936, Einstein démontre la non-existence d'ondes de gravitation, bien que ce fait ait été

tenu pour acquis en première approximation. Ceci prouve que les équations de champ non linéaire de la relativité générale apportent plus de prévisions ou de restrictions.

Malgré cela il continue à déclarer sur la théorie statistique des quanta : « *Je ne crois toujours pas au caractère définitif de la méthode statistique en théorie quantique, mais je reste pour l'instant seul avec mon opinion en rase campagne* ».

Les événements qui conduisent à la seconde guerre mondiale s'accumulent. Born émigre en Angleterre et Einstein aux Etats-Unis. On ne possède donc que très peu de lettres pour la période de 1934 à 1938 à cause de la guerre et de la distance qui les sépare.

#### 4.5 – Période de 1938 à 1947

Born étudie la théorie de la réciprocité et semble avoir compris la nature et l'idée de l'approximation et la méthode de développement qui traite les composantes temporelles autrement que les composantes spatiales.

Elle se fonde sur une nécessaire symétrie, donc les lois de la nature doivent demeurer inchangées quand on remplace quatre grandeurs : les coordonnées spatiales et temporelles, par quatre autres, les coordonnées cinétiques et énergétiques.

Par manque de matériel adéquat, les expériences restent vaines et il sera démontré plus tard que le principe de réciprocité se révélera jouer un rôle important dans l'interprétation des phénomènes. Born déjà le juge comme un progrès en physique.

Einstein va travailler à la découverte et à la mise au point de la bombe atomique en 1939 et apparaît alors comme non pacifiste contrairement à Born.

Pour Einstein, les espérances scientifiques qui le liaient à Born, les ont séparés et, à propos de la mécanique quantique, il dit : « *Tu crois au dieu qui joue aux dés et moi à la seule valeur des lois dans un univers où quelque chose existe objectivement que je cherche à saisir d'une manière sauvagement spéculative. Je crois fermement, mais j'espère que quelqu'un trouvera une manière plus réaliste ou une base plus concrète que celles qui me sont données* ».

L'expression la plus claire sur la théorie des quanta apparut dès son début à Einstein comme un « jeu de dé ». L'argument que Born lui opposait selon lequel même ses conceptions physiques ne pouvaient se passer du « dieu qui joue aux dés » lui semblait encore valable car les états initiaux ne sont pas fixés en physique classique par des lois naturelles, et toute prévision doit supposer que l'on a déterminé expérimentalement l'état initial, sinon il faut se contenter de simple probabilité pour la décrire.

Pour Born, la première solution est illusoire car la mesure ne donne généralement qu'une simple indication statistique qui restreint la configuration de départ.

Pour lui, le déterminisme rigoureux semble incompatible avec la foi dans le sentiment de responsabilité et de liberté morale. Il critique Einstein car, dit-il : « *De même ton expression de « dieu qui joue aux dés » me semble parfaitement adéquate. Toi aussi tu dois jouer aux dés dans ton univers déterministe, la différence n'est pas là* ».

Ils se retrouvent d'accord pour penser que toute action humaine tire sa source des profondeurs du sentiment éthique qui est primordial et indépendant de la raison. Mais Born se demande comment Einstein peut concilier un univers totalement mécaniste avec la liberté éthique de l'individu.

Il pense d'ailleurs que son ami sous-estime la base empirique de la théorie des quanta et que sa philosophie concilie l'automatisme des choses inanimées avec l'existence de la responsabilité et de la conscience.

En 1947, Einstein reconnaît que l'interprétation statistique dont Born fut le premier à reconnaître la nécessité dans le cadre du formalisme existant, a un contenu de vérité mais il

déclare : « *Je ne peux en conséquence pas y croire sérieusement car la théorie est incompatible avec le principe selon lequel la physique doit représenter une réalité de l'espace et du temps, sans action fantôme à distance* ». Avec sa théorie d'un champ continu, Einstein pense qu'il peut réellement décrire la réalité.

Les concepts qui se sont révélés utiles pour l'ordonnement des choses, d'après Born, sont devenus, par l'intermédiaire de chacun, une autonomie, en oubliant ainsi leur origine terrestre et que tout le monde accepte comme une nécessité logique, « donné a priori ». Ainsi leurs conditions, leurs utilisations, montrent d'après l'expérience qu'ils perdent leur autorité, les supprimant si leur justification de la réalité ne convient pas.

Par cette attitude visant les concepts, Born s'oppose à Einstein et à son interprétation de la mécanique quantique, sans altérer leur amitié, car Born disait : « *Même cette divergence d'opinions reflétée par le livre n'a pas troublé le moins du monde notre amitié* ».

La phrase d'Einstein relative à la réalité avait été pour Born un postulat revendiquant une valeur absolue. Mais les faits concrets de l'expérience lui ont appris que ce n'était pas un principe a priori mais une règle soumise à l'épreuve du temps qui doit pouvoir être remplacée par une plus générale.

#### 4.6 – Période de 1948-1949

C'est la période la plus importante où Einstein expose dans un article le problème de la réalité et de la mécanique quantique.

La profondeur des divergences de pensée entre les deux hommes s'exprime dans cette vision d'Einstein : « *Je serais heureux de démolir tes convictions positivistes* ». En effet, pour Born, la causalité est un principe, si elle est définie comme la croyance en l'existence d'une interdépendance physique entre les deux situations observées qui impliquent que l'espace, le temps et la précision infinie de l'observation sont des fondements et pas des lois empiriques. Inversement, pour Einstein, il n'existe pas de causalité relativement au phénomène observé. Il tient ce principe pour définitif mais ce n'est pas une raison suffisante pour conclure que la théorie doit reposer sur des lois statistiques, et déclare : « *Il est fort possible que la structure des instruments d'observation détermine le caractère statistique du fait observé, mais qu'il s'avère finalement judicieux d'écarter des fondements de la théorie toute notion statistique* ».

La notion de probabilité inclut chez Born un principe métaphysique : la croyance que les prédictions des calculs statistiques représentent plus qu'un exercice intellectuel, qu'il est possible de croire en leur validation dans le monde réel ; en cela, Einstein est d'accord.

Le principe d'objectivité est alors un critère permettant de classer les impressions subjectives des faits objectifs.

Pour Einstein, coller à la réalité physique signifie qu'il va dégager les concepts fondamentaux de la physique, la masse ponctuelle par exemple, ou encore la particule n'en faisant pas partie. Mais exister ou être réel pour Einstein doit « *être localisé de quelques manières dans le temps et l'espace. Autrement dit un objet réel dans une portion A de l'espace doit en théorie « exister » indépendamment de ce qu'on pense être réel dans une autre portion B de l'espace* ».

**Soit un système physique entre deux régions de l'espace A et B. Ce qui est en B doit avoir une existence indépendante de ce qui se passe en A. Donc ce qui est réellement en B est indépendant de la nature de la mesure effectuée ou pas en A.**

Alors, en mécanique quantique, on ne peut pas considérer une description complète de la réalité physique, selon Einstein.

En insistant on remarque qu'une mesure en A modifie brutalement la réalité physique en B. Pour Einstein « *si on renonce à l'hypothèse de ce qui est présent dans diverses portions de*

*l'espace a une existence réelle autonome, je ne vois pas ce que la physique aura à décrire ».* Ce qu'il entend par « système » est conventionnel, et il ne voit pas comment la découpe de l'univers peut être faite objectivement pour pouvoir en décrire les régions.

Einstein qualifiait les positions philosophiques de Born de positivistes, mais ce dernier disait : *« Pour ma part, je ne considère pas le moins du monde ma philosophie comme un avatar du positivisme, si l'on entend par ce terme que seules les impressions sensorielles doivent posséder le caractère de réalité, tout le reste n'étant que des constructions destinées à établir des relations rationnelles entre les sensations ».*

Dans son exposé sur la mécanique quantique et la réalité, Einstein explique son refus et sa non confiance dans le groupe relativiste en tant que principe heuristiquement restrictif. Il ne nie pas en 1948 que la théorie a fait progresser de façon importante mais non définitive la connaissance du monde scientifique. Il pense que la théorie sera englobée dans une plus importante comme l'optique géométrique dans l'optique ondulatoire, et que les relations resteront mais que les bases seront approfondies ou remplacées par d'autres plus larges.

Pour Born, la physique a toujours progressé du concret vers l'abstrait.

La divergence d'opinion entre les deux hommes trouve son origine dans l'axiome qui veut que les événements qui se produisent en deux endroits A et B différents soient indépendants. L'observateur de l'état B ne disant rien sur l'état A. L'argument de Born repose sur la notion de cohérence empruntée à l'optique, malgré qu'Einstein ait vu l'importance de l'étude de De Broglie sur la mécanique ondulatoire, il n'accepte pas l'objection.

Einstein préconisait l'incomplétude de la théorie qui conduisait à de telles conclusions, la théorie de la lumière lui paraissant incomplète. Il ne défend pas le schéma classique, mais il croit nécessaire de satisfaire la relativité générale dont la puissance heuristique est pour lui indispensable au progrès réel.

Born, pour sa part, étudie pour chaque type de particule, une fonction de Lagrange où il considère arbitrairement la masse comme une constante caractéristique. S'apercevant qu'il existe une infinité de masses de mésons différentes, il doit alors modifier son point de vue. La véritable inconnue est alors le lagrangien et non pas la solution du problème mécanique. Il va donc la déterminer selon le principe que les lois de la nature sont invariantes par rapport aux transformations relativistes mais aussi par rapport à la substitution

$$x^\alpha \rightarrow P_\alpha \text{ et } P_\alpha \rightarrow -x^\alpha$$

où x sont les coordonnées spatio-temporelles et P les impulsions. Il se rend compte que cela apparaît absurde en mécanique classique, mais cela se justifie en mécanique quantique car

$$P_\alpha = -i\hbar \partial/\partial x^\alpha.$$

Cela revient alors à substituer à l'invariant fondamental d'Einstein  $x^\alpha x_\alpha = R$ , la grandeur symétrique  $S = R + P$  où  $P = P^\alpha P_\alpha$  où S est un opérateur dont les valeurs propres sont les intervalles et dont les fonctions propres sont les lagrangiens L. ceci constitue selon lui une nouvelle approche du principe de réciprocité.

En 1950, Born juge nécessaire le principe d'incomplétude et l'applique à la théorie de la relativité, et prend position sur la description incomplète de la mécanique quantique.

## 4.7 – Période de 1950 à 1953

Pour Born, l'interprétation de la fonction  $\Psi$  est la description de « l'état » d'un seul système qui n'est qu'une façon de parler ; il donne comme exemple : *« Etant âgé de 67 ans,*

*mon espérance de vie est de 4,3 ans* ». C'est un énoncé à propos d'un système isolé, totalement absurde au sens empirique. Pour Einstein, le théorème d'incomplétude n'a pas d'équivalent dans la théorie de la relativité, il précise : « *Ce que j'appelle l'incomplétude de la description donnée par la mécanique quantique n'a pas d'équivalence dans la théorie de la relativité. C'est, pour résumer, le fait que la description donnée par la fonction  $\Psi$  n'exprime pas les qualités d'un système individuel dont nous ne doutons pas de la réalité* ».

Dans le domaine macroscopique, la fonction  $\Psi$  aux yeux d'Einstein ne traduit pas la réalité, mais il pense que la formulation complète des lois est liée à la description complète des faits et cela malgré que les résultats prouvent le contraire. A contrario, Born est convaincu qu'il n'existe pas de lois pour une description complète, conformément au principe du positivisme ; malgré cela tous les deux reconnaissent le principe d'incomplétude car Einstein dit : « *Je vois que d'après la fin de ta lettre, tu considères aussi la description donnée par la mécanique quantique comme incomplète* ».

La façon dont Born décrit l'univers physique paraît à Einstein incomplète. Il refuse aussi l'analogie entre la mécanique quantique et la théorie de la relativité, car la description exacte de l'état d'un système physique suppose qu'on puisse effectuer des mesures très précises, ce qui pour Born est absurde.

Pourtant il va suivre la voie qu'Einstein indiquait dans sa théorie de la relativité, où il reconnaissait l'impossibilité de déterminer absolument la position des points dans l'espace et le temps et concluait à l'absurdité de la notion de détermination absolue d'une position ou d'un instant.

Einstein juge le procédé de **Böhm**, qui croit interpréter la théorie quantique dans un sens déterministe, trop facile, et réaffirme sa croyance aux fondements logiques qui précèdent à la théorie de la gravitation.

**Freundlich**, à l'aide d'observations astronomiques, confirme la théorie de la gravitation d'Einstein, mais cela laisse d'ailleurs ce dernier indifférent et il refuse toujours de voir l'analogie avec la mécanique quantique. Il refuse également le système inertiel car il n'admet pas l'hypothèse selon laquelle les phénomènes du monde atomique peuvent être décrits par des objets localisables dans l'espace et le temps qui seraient, comme dans l'univers de notre expérience quotidienne, solides et réels et obéiraient à des lois déterministes ; ainsi il dira : « *ce procédé me semble un peu trop facile* ».

Schrödinger lui aussi n'admet pas l'interprétation statistique de la mécanique quantique, et il croit (comme Einstein) que les ondes sont la solution déterministe définitive. Il prétend que, malgré tout, sa mécanique ondulatoire constitue le moyen de revenir à la pensée classique.

L'opposition de Born à ces idées est fondée sur l'idée que la mécanique ondulatoire réglait le problème des quanta et leurs paradoxes. Schrödinger, Böhm, De Broglie, admettant les résultats de la mécanique quantique, mais pas son interprétation statistique, tentèrent d'élaborer des conceptions où le caractère déterministe des processus élémentaires serait conservé, soit en admettant des mécanismes secrets, dissimulés derrière les ondes, paramètres cachés, soit en donnant aux formules, et en les réécrivant, l'apparence des lois déterministes et mécanistes. Les tentatives ont échoué.

De son côté, Einstein voyait dans la mécanique quantique moderne une étape entre la physique traditionnelle et future qui serait édifiée à partir de la théorie de la relativité générale, et qui rendrait la place qui leur revient aux concepts traditionnels de réalité physique et de certitude déterministe.

Einstein propose de traiter un exemple constitué d'une bille rebondissant entre deux parois, mais il ne démordra pas de ce qu'il affirme, à savoir, que la solution ondulatoire ne débouche pas dans le cas limite de dimensions macroscopiques sur le mouvement classique.

Born fait l'expérience, et constate que si on prend une résolution correcte, on aboutit à une solution qui se transforme exactement dans le cas limite en un mouvement déterministe classique. Born est persuadé que dans ce domaine, la mécanique quantique représente le

mouvement de systèmes macroscopiques isolés selon des lois déterministes et ne veut pas rapporter la mécanique classique aux fonctions  $\Psi$  qui sont « étroites » en considérant les coordonnées et les impulsions. Tandis que Einstein, considérant une particule rebondissant verticalement entre deux parois parallèles et élastiques, veut comparer les résultats classiques à ceux quantiques. Pour lui, un système quasi-localisé à un instant donné ne le reste pas en permanence.

Après avoir traité cet exemple et avancé les résultats, Born essaye de convaincre de nouveau Einstein que la mécanique quantique est complète et réaliste autant que les faits le permettent.

#### 4.8 – Période de 1954 à 1955

C'est au cours de cette courte période que Pauli intervient dans la « querelle » entre Born et Einstein.

Rappelons :

- qu'Einstein ne veut pas élever des objections contre la théorie des quanta mais apporter une interprétation physique de cette théorie des quanta. La fonction  $\Psi$  doit être considérée non comme une description complète du système, mais incomplète.
- que pour Born, la fonction  $\Psi$  que traite Einstein, ne correspond pas au problème car elle satisfait les conditions aux limites mais pas les initiales. C'est à ce niveau que Pauli intervient alors en médiateur.

Einstein, partant de son préjugé philosophique, estime qu'on peut définir objectivement pour des corps macroscopiques, en toute circonstance, un état réel. Il est alors inutile de donner les conditions de l'expérience avec laquelle on étudie le système.

Pauli pense ramener cette hypothèse déjà formulée par Einstein à l'idée de l'observateur détaché.

D'après Pauli, Einstein ne considère pas la notion de déterminisme comme fondamentale et n'a jamais établi un postulat, car la succession des états doit être objective, réelle, donc automatique, mécanique, déterministe. Einstein serait alors plutôt réaliste que déterministe, donc avec un préjugé philosophique différent.

Egalement, Einstein pense que seule une description d'ensemble n'intervient pas dans les lois de la nature, et qu'elles nous renseignent seulement sur la statistique des observateurs. Il postulait que, dès avant l'observation, soient présents dans la « description complète de la réalité » du système les éléments qui correspondent, de quelque façon, à la diversité des résultats de l'observation.

Pauli (qui a la même opinion que Born) estime que ce postulat est en contradiction avec la liberté de l'expérimentateur de choisir des types d'expériences s'excluant mutuellement ; par exemple, l'illumination à l'aide d'une lumière parallèle de grande longueur d'onde. L'introduction dans leur discussion (avec Einstein) de la notion de « déterminisme » semble selon lui trompeuse.

Born pense qu'Einstein « s'est fourvoyé dans sa métaphysique ». Mais Pauli la qualifie de réaliste et non de déterministe.

Einstein s'intéresse seulement à l'affirmation selon laquelle la définition d'une fonction d'onde donnée d'un état est incomplète du fait que le véritable état réel, objectif, a toujours une position quasi-déterminée. Selon Pauli, le désaccord entre les deux hommes est sur le fond, Einstein prétendant qu'un état physique doit exister objectivement et réellement, même si on ne peut pas le déterminer.

#### 4.8 - Conclusion

Pour Einstein l'objectivité est une qualité importante pour la réalité, ce qui ne l'est pas pour Born dans les premiers temps de ses travaux.

Malgré la découverte des inégalités de Bell, en 1964, les énigmes soulevées sur la mécanique quantique et la réalité sont toujours d'actualité et même contestées de nos jours. La réalité objective rejette la mécanique quantique et les inégalités de Bell. La réalité et la séparabilité substituent les problèmes de la relativité.

Le débat est encore ouvert et certains physiciens cherchent toujours une solution.

Parmi les théoriciens actuels de la physique, certains à tendances idéalistes, semblent même aller jusqu'à douter de l'existence d'une réalité physique objective. Mais seul l'avenir pourra trancher une telle question.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] – René THOM : *Modèles mathématiques de la morphogenèse* – C'est un exemple de tentative de résolution du problème de la morphogenèse à travers la « théorie des catastrophes ».

[2] – Louis de BROGLIE : préface à l'ouvrage de J. L. DESTOUCHES, *Les principes de la mécanique générale* – Actualités scientifiques, fasc. 140, Hermann, Paris 1934

[3] – G. GANGUILHEM : *La connaissance de la vie, Machine et organisme* – Paris, Vrin, 1967

[4] – Paulette FEVRIER : *la structure des théories physiques* – Presses universitaires de France, Paris, 1951

[5] – Garrett BIRKHOFF, John von NEUMANN : *Annals of Mathematics*, vol. 37, 1936

[6] – L. LANDAU, E. LIFCHITZ: *Mécanique quantique* – éd. Mir, Moscou

[7] - "The Born Einstein letters", MacMillan Press, London, 1971

[8] - site de la BNF sur la physique quantique, son histoire et sa philosophie:

[http://sfp.in2p3.fr/PIF/PIF\\_mars2001/Quanta/bnf/biblio\\_htm.htm](http://sfp.in2p3.fr/PIF/PIF_mars2001/Quanta/bnf/biblio_htm.htm)