



Frédéric Elie on
ResearchGate

Pendule de Foucault

Frédéric Élie

juillet 2011

CopyrightFrance.com

La reproduction des articles, images ou graphiques de ce site, pour usage collectif, y compris dans le cadre des études scolaires et supérieures, est INTERDITE. Seuls sont autorisés les extraits, pour exemple ou illustration, à la seule condition de mentionner clairement l'auteur et la référence de l'article.

« Si vous ne dites rien à votre brouillon, votre brouillon ne vous dira rien ! »
Jacques Breuneval, mathématicien, professeur à l'université Aix-Marseille I, 1980

Abstract : Expérience historique, le pendule de Léon Foucault (1819-1868) a été mis en oeuvre sous la coupole du Panthéon, à Paris, où on peut encore l'admirer, et a fait l'objet de la publication à l'Académie des Sciences du 3 février 1851. Les caractéristiques de l'expérience étaient: latitude de Paris $L = 48^{\circ}51'$, masse du pendule $m = 30$ kg, longueur du pendule $l = 67$ m. Mais le physicien n'avait pas testé au départ son idée par une expérience aux dimensions aussi prodigieuses, mais... dans sa cave, comme une expérience « sur un coin de table »!

Bien que l'on sût à l'époque de Léon Foucault, depuis les savants de l'Antiquité Grecque, que la Terre tourne sur elle-même en 24 heures environ, l'expérience de Foucault permettait de le « prouver » localement, sans référence au Soleil, mais aussi de mettre en évidence la force de Coriolis. Elle a été reproduite de nombreuses fois dans le monde, la première réplique ayant été effectuée par l'astronome Camille Flammarion en 1902. On peut voir des répliques de cette expérience à Paris: au Musée des Arts et Métiers, au Palais de la Découverte, etc.

SOMMAIRE

- 1 – Pendule oscillant dans un référentiel lié à un disque en rotation
 - 2 – Pendule oscillant à une latitude L à la surface de la Terre où l'axe de rotation est celui de l'axe de rotation terrestre (pendule de Foucault)
 - 3 – Tentative d'une manipulation expérimentale
- Bibliographie sommaire



Pendule de Foucault au Musée des Arts et Métiers, Paris (photo: F. Élie)



Pendule de Foucault au Palais de la Découverte, Paris (photo: F. Elie)

1 – Pendule oscillant dans un référentiel lié à un disque en rotation

Disposons un mât auquel est accroché un pendule simple de telle sorte qu'au repos le fil du pendule et la masse M soient positionnés rigoureusement au-dessus du centre de rotation d'un disque, le support du mât est solidaire du disque et tourne avec lui (figure 1).

Mettons en mouvement le pendule fixé en O au mât, le disque étant immobile: le pendule oscille périodiquement dans un plan fixe: OM parcourt une surface AOA' où AA' correspondent à l'amplitude angulaire maximale de la masse M . On constate que ce plan d'oscillation est conservé par rapport à une direction fixe repérée dans un référentiel immobile.

Le disque est mis en rotation autour de l'axe OC (où C est la projection orthogonale de M sur le disque lorsque le pendule est au repos) avec une vitesse angulaire uniforme Ω . Le diamètre BB' , initialement dans le plan d'oscillation du pendule, AOA' , tourne, mais le plan d'oscillation AOA' reste inchangé par rapport au repère galiléen lié par exemple à la Terre: il ne tourne pas avec le disque, même si le mât auquel le pendule est fixé en O tourne! On le constate dans les photos 1 et 2.

Ceci est observé depuis un observateur lié au référentiel galiléen (la Terre), c'est-à-dire moi.

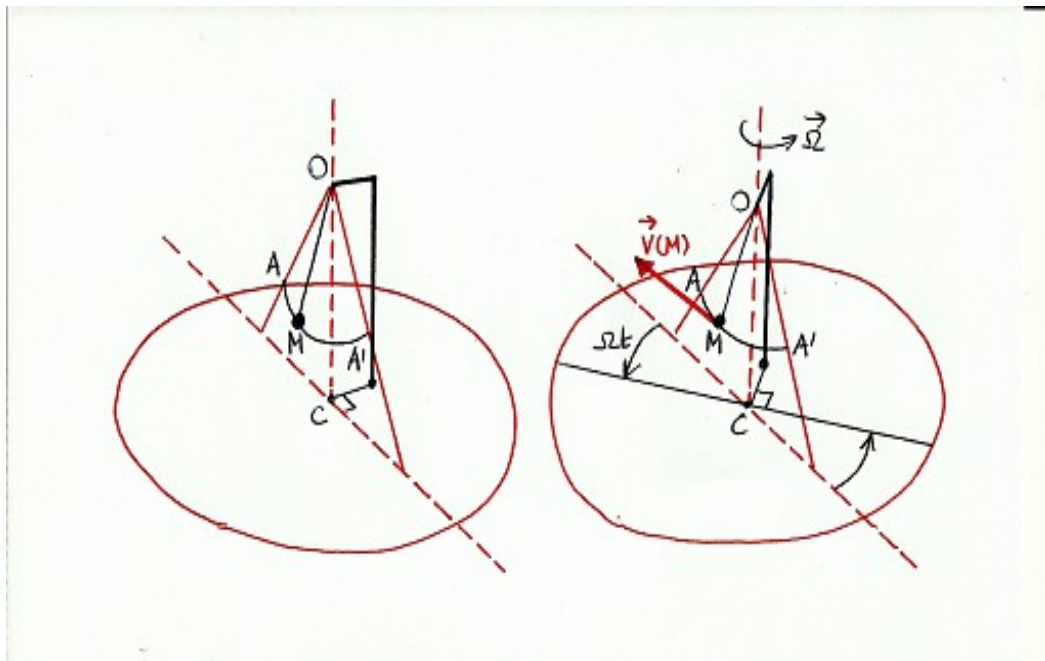


Figure 1

Figure 2

Figure 1 – Pendule simple oscillant dans un référentiel immobile
 figure 2 – Pendule simple oscillant dans un référentiel en rotation uniforme



photo 1 – Tabouret immobile, le pendule oscille dans un plan vertical parallèlement à la ligne horizontale dessinée



photo 2 – Le tabouret a tourné d'un angle de 53° dans le sens des aiguilles d'une montre: on voit que le plan d'oscillation du pendule (matérialisé par la règle métallique) fait l'angle de 53° avec la ligne du plan d'oscillation du tabouret au repos, ce qui prouve que le plan d'oscillation conserve la même orientation par rapport à un référentiel fixe

Si j'étais une fourmi sur le plateau tournant, liée donc au référentiel non galiléen, en rotation, défini par les axes (C, **CO**, **CB**), les choses se passeraient différemment pour moi. Liée au référentiel tournant, la fourmi qui se déplace avec lui verrait le plan d'oscillation du pendule changer d'orientation avec une vitesse angulaire égale et opposée à celle de la rotation du plateau tournant.

La fourmi dirait même que la masse du pendule est soumise à une force supplémentaire à la seule force de pesanteur qui la fait osciller: la **force complémentaire de Coriolis**.

Et si **V** est la vitesse absolue de la masse par rapport au référentiel galiléen lié à la Terre, la fourmi serait capable de calculer sa valeur:

$$\vec{F}_C = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{V}$$

Comme $\vec{\Omega} = \Omega\mathbf{k}$ est portée par la verticale **k** le produit vectoriel $\vec{\Omega} \wedge \vec{V}$ est porté par un vecteur perpendiculaire à **k** et à **V** orienté dans le sens opposé du sens de rotation.

Remarque: - La force de Coriolis ne travaille jamais: le travail de $\mathbf{F}_C$ sur sa course $d\mathbf{s} = \mathbf{V}dt$ donnerait

$$dW = \mathbf{F}_C \cdot d\mathbf{s} = -2m(\vec{\Omega} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{V}dt = 0$$

car le produit mixte où apparaît deux fois le même vecteur est toujours nul: $(\vec{\Omega} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{V} = 0$.

Inutile donc de songer à récupérer de l'énergie à partir de la force de Coriolis, en particulier de celle due à la rotation de la Terre!



La petite fourmi située sur le plateau tournant voit que la projection verticale au sol DD' du plan d'oscillation du pendule AA' décrit une courbe au cours du temps en forme d'une étoile, au lieu d'un segment de droite immobile comme ce serait le cas dans un référentiel fixe (galiléen). Pour établir la forme de cette courbe au sol, nous établissons les équations du mouvement du pendule dans le référentiel défini par:

$$(r): \{C, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$$

en rotation par rapport à un référentiel fixe galiléen:

$$(R): \{C, \mathbf{I}, \mathbf{J}, \mathbf{K}\}$$

où les vecteurs $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ et $(\mathbf{I}, \mathbf{J}, \mathbf{K})$ forment des bases orthonormales directes (figure 3).

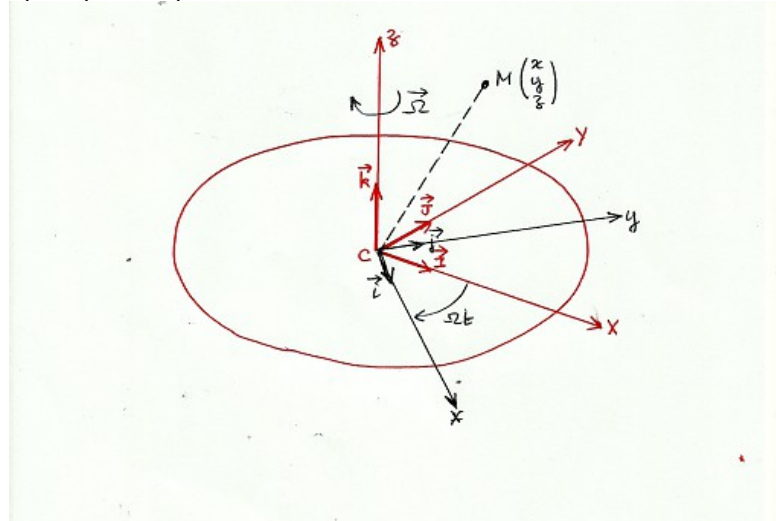


figure 3 – référentiel (r) (C, x, y, z) en rotation uniforme par rapport à un référentiel fixe galiléen (R) (C, X, Y, Z)

M est la position de la masse oscillante du pendule. Elle est soumise à deux forces (figure 4):

- son poids $m\mathbf{g}'$, où $\mathbf{g}'$ est l'accélération locale de la pesanteur qui tient compte des effets de l'accélération d'entraînement due à la rotation du référentiel (r) ;
- la tension $\mathbf{R}$ du fil qui la relie au point de fixation O situé sur l'axe Cz.

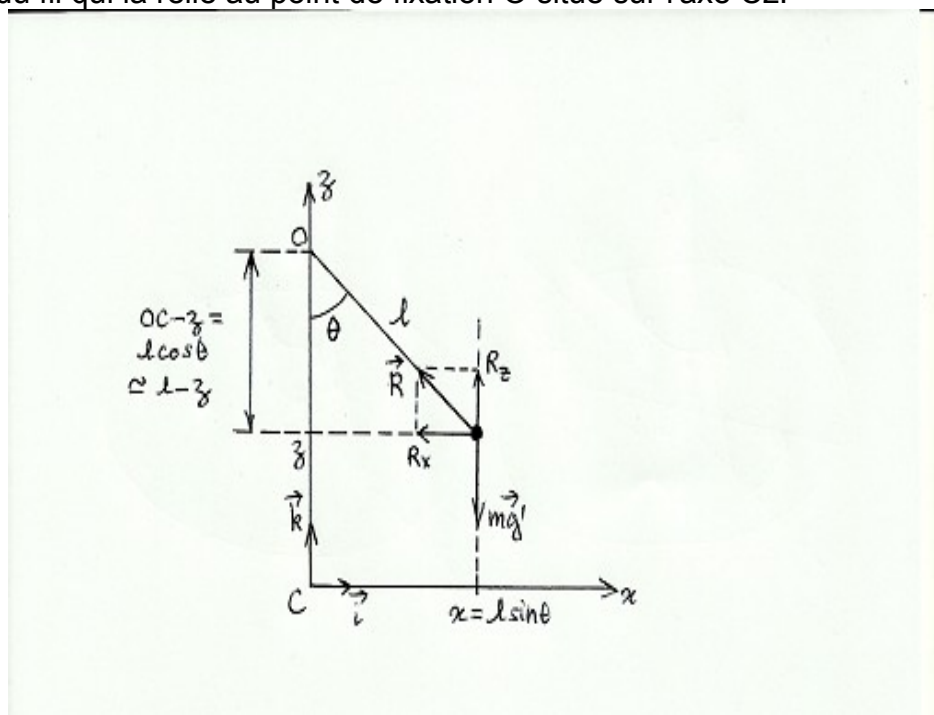


Figure 4 – Coordonnées de M et de R dans le référentiel (r)

Si θ est l'angle de l'écartement angulaire du pendule par rapport à la verticale, la projection de $\mathbf{R}$ sur Cx et Cz donne:

$$R_x = -R \sin \theta$$

$$R_z = R \cos \theta$$

or $x = \ell \sin \theta$ et $OC - z = \ell \cos \theta$, où ℓ est la longueur du fil du pendule supposé tendu. Par ailleurs, l'amplitude angulaire du pendule est supposée faible, on a donc $OC \approx \ell$, finalement:

$$R_x = -R \frac{x}{\ell}$$

$$R_z = R \frac{\ell - z}{\ell}$$

Par symétrie sphérique la projection suivant Cy est traitée de la même manière que pour Cx:

$$R_y = -R \frac{y}{\ell}$$

Les équations de la dynamique de M dans le référentiel tournant (r) sont:

$$m \vec{a}_r = m \left[\frac{d^2 \vec{CM}}{dt^2} \right]_{(r)} = \vec{R} + m \vec{g} + \vec{F}_e + \vec{F}_c$$

où l'indice (r) signifie que l'observation se fait dans le référentiel (r) et où $\mathbf{g}$ est l'accélération de la pesanteur dans le référentiel galiléen fixe (R), $\mathbf{a}_r$ est l'accélération dans le référentiel (r):

$$\mathbf{F}_e = -m \mathbf{a}_e \text{ où } \mathbf{a}_e = \boldsymbol{\Omega} \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{CM}) \text{ accélération d'entraînement}$$

$\mathbf{F}_c$ est la force complémentaire ou de Coriolis, elle aussi due à la rotation du référentiel (r):

$$\mathbf{F}_c = -m \mathbf{a}_c \text{ où: } \mathbf{a}_c = 2\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{V}_r(M)$$

accélération complémentaire,

$$\vec{V}_r(M) = \left[\frac{d \vec{CM}}{dt} \right]_r$$

est la vitesse de M mesurée dans (r).

Le champ gravitationnel local tient compte des effets d'inertie (entraînement) et est relié à $\mathbf{g}$ par:

$$\mathbf{g}' = \mathbf{g} - \mathbf{a}_e$$

On ne se préoccupera pas d'explicitier $\mathbf{a}_e$ car c'est $\mathbf{g}'$ qui intervient dans le comportement oscillatoire du pendule simple.

Les équations du mouvement se réécrivent alors:

$$m \mathbf{a}_r(M) = m \mathbf{g}' + \mathbf{R} - m \mathbf{a}_e$$

La projection sur les axes (C, $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$) donne:

$$(\vec{CM})_r = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \vec{V}(M)_r = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \quad \vec{a}_r(M) = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} \quad \vec{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix}$$

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R \frac{x}{l} \\ -R \frac{y}{l} \\ -R \frac{z-l}{l} \end{pmatrix} \quad \vec{g}' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g' \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}_c = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_r(M) = -2\dot{y}\Omega \vec{i} + 2\dot{x}\Omega \vec{j}$$

d'où:

$$m\ddot{x} = -R \frac{x}{l} + 2m\dot{y}\Omega$$

$$m\ddot{y} = -R \frac{y}{l} - 2m\dot{x}\Omega \quad (1)$$

$$m\ddot{z} = -mg' - R \frac{z-l}{l}$$

On considère maintenant que la masse du pendule M est très proche du sol, les amplitudes angulaires θ faibles, et donc que les mouvements suivant la verticale Cz sont négligeables, ce qui revient à poser: $d^2z/dt^2 \approx 0$, $z \approx 0$ donc $R \approx mg'$. Il s'ensuit que les deux premières équations de (1) se simplifient en:

$$m\ddot{x} = -mg' \frac{x}{l} + 2m\dot{y}\Omega$$

$$m\ddot{y} = -mg' \frac{y}{l} - 2m\dot{x}\Omega$$

soit encore, en posant $\omega^2 = g'/l$:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega^2 x = 2\Omega \dot{y} \\ \ddot{y} + \omega^2 y = -2\Omega \dot{x} \end{cases} \quad (2)$$

Les équations (2) montrent que, dans un référentiel tournant, le mouvement du pendule est celui d'un oscillateur harmonique bidimensionnel, de pulsation propre donnée par:

$$\omega^2 = g'/l$$

dont le plan d'oscillation AOA' (figure 2) subit une rotation due à la force de Coriolis à la vitesse angulaire Ω du plateau tournant, dans le sens inverse de celui de la rotation du plateau.

Les équations (2) se regroupent en une seule équation où l'inconnue est le nombre complexe:

$$u = x + jy$$

En effet, nous avons:

$$\ddot{u} + \omega^2 u = \ddot{x} + \omega^2 x + j(\ddot{y} + \omega^2 y) = 2\Omega \dot{y} - j2\Omega \dot{x} = -2j\Omega \dot{u}$$

donc l'équation complexe est:

$$\ddot{u} + 2j\Omega \dot{u} + \omega^2 u = 0 \quad (3)$$

On cherche les solutions u sous la forme $u = \exp qt$ où q est un nombre complexe.

L'injection dans (3) donne l'équation caractéristique associée:

$$q^2 + 2j\Omega q + \omega^2 = 0 \quad (4)$$

Les racines complexes de (4) sont:

$$q = -j\Omega \pm j\sqrt{\Omega^2 + \omega^2}$$

En admettant que la période propre du pendule est petite devant celle de la rotation du plateau tournant, $\Omega \ll \omega$, les racines se simplifient en:

$$q \approx -j\Omega \pm j\omega$$

La solution générale est combinaison linéaire des solutions:

$$(\exp(-j\Omega t))(\exp(-j\omega t)), (\exp(-j\Omega t))(\exp(j\omega t))$$

u s'écrit donc:

$$u = (\exp(-j\Omega t)) (A \exp(j\omega t) + B \exp(-j\omega t))$$

où A et B sont fixés par les conditions initiales:

t = 0: $u(0) = x_0 = A + B$ (le pendule est écarté d'un angle maximal θ_0 correspondant à l'abscisse

$$x_0 = l \sin \theta_0)$$

$$du/dt(0) = 0 = j\omega(A - B) - j\Omega(A + B) \text{ (pendule lâché sans vitesse initiale)}$$

d'où:

$$A = (x_0/2)(1 + \Omega/\omega) \quad B = (x_0/2)(1 - \Omega/\omega)$$

finalement:

$$u(t) = x + jy = x_0 e^{-j\Omega t} \left(\cos \omega t + j \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (5)$$

Le terme $\exp(-j\Omega t)$ représente la rotation du plan du plateau Cxy autour de la verticale Cz avec une vitesse angulaire égale à $-\Omega$.

(5) est le produit de deux nombres complexes dont l'un, $\exp(-j\Omega t)$, est unitaire donc représente la rotation que l'on vient de citer. L'autre représente un vecteur du plan, de coordonnées:

$$v = x_0 \cos \omega t + j(\Omega/\omega)x_0 \sin \omega t = X + jY$$

Comme $X = x_0 \cos \omega t$, et $Y = x_0(\Omega/\omega) \sin \omega t$, les coordonnées X et Y sont reliées par:

$$\frac{X^2}{x_0^2} + \frac{Y^2}{x_0^2 \frac{\Omega^2}{\omega^2}} = 1$$

qui est l'équation d'une ellipse de demi-axes x_0 et $x_0\Omega/\omega$ tournant en sens inverse du plan en rotation Cxy.

Conclusion: dans le plan en rotation Cxy la trajectoire du projeté de M est une ellipse accomplissant un tour complet autour de l'axe de rotation Cz, dans le sens inverse de la rotation du plateau, au bout d'une durée (période):

$$T = 2\pi/\Omega \quad (6)$$

Si la vitesse angulaire de rotation du plateau est petite devant la pulsation propre du pendule ω (hypothèse que nous avons adoptée pour le calcul), l'ellipse est très aplatie et semble être un segment de droite (figure 5).

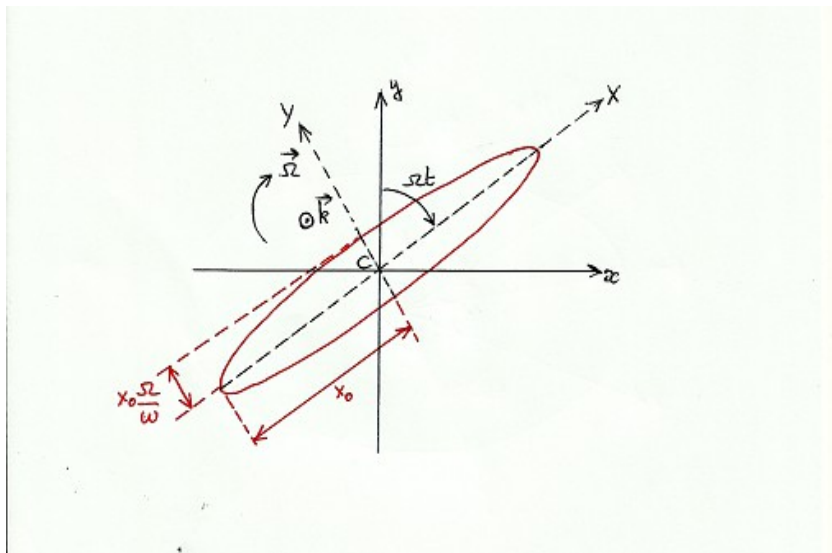


figure 5 – Rotation de la trace de M sur le plateau tournant

2 – Pendule oscillant à une latitude L à la surface de la Terre où l'axe de rotation est celui de l'axe de rotation terrestre (pendule de Foucault)

Une fois que l'on a compris le principe pour le cas d'un plateau tournant (paragraphe 1) il n'est pas difficile de traiter le cas d'un pendule oscillant en un point de la surface terrestre, à une latitude L, où le référentiel en rotation est celui rattaché au lieu et entraîné autour de l'axe des pôles de la Terre.

Le repère local, rattaché à la surface où est fixé le pendule en C, (Cxyz), est un référentiel non galiléen en translation de rotation autour de l'axe des pôles NS. On peut lui appliquer le même raisonnement que pour le plateau tournant en considérant que la vitesse angulaire de rotation dépend cette fois de la latitude du lieu L (figure 6) ou de sa colatitude $\varphi = \pi/2 - L$.

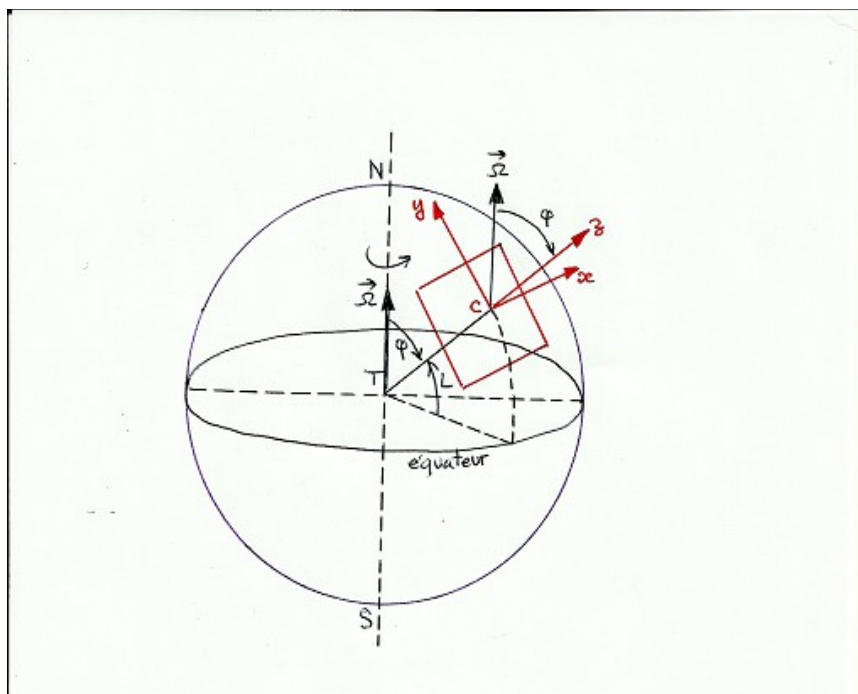


figure 6 – Repère à la surface terrestre en rotation autour de l'axe des pôles NS

Cx étant orienté vers l'est et Cy vers le nord, Ω ne coïncide plus avec la verticale du lieu Cz (contrairement au cas du plateau tournant) mais se projette sur Cy et Cz:

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega \sin \varphi \\ \Omega \cos \varphi \end{pmatrix}$$

Le reste étant inchangé, la force de Coriolis est cette fois:

$$\vec{F}_C = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_r(M) = \begin{pmatrix} -2m\Omega(\dot{z} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi) \\ -2m\Omega \dot{x} \cos \varphi \\ 2m\Omega \dot{x} \sin \varphi \end{pmatrix}$$

Les équations du mouvement (1) sont alors remplacées par:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -R\frac{x}{l} + 2m\Omega(\dot{y} \cos \varphi - \dot{z} \sin \varphi) \\ m\ddot{y} &= -R\frac{y}{l} - 2m\Omega \dot{x} \cos \varphi \\ m\ddot{z} &= -mg' - R\frac{z-l}{l} + 2m\Omega \dot{x} \sin \varphi \end{aligned} \quad (7)$$

On néglige toujours les mouvements verticaux: $d^2z/dt^2 \approx 0$, $dz/dt \approx 0$, $z \approx 0$, donc la dernière équation de (7) devient:

$$R - mg' + 2m\Omega \dot{x} \sin \varphi \approx 0 \quad (8)$$

Or la période de rotation terrestre est très grande devant celle du pendule: $\Omega \ll \omega$ où l'on a toujours, pour la pulsation propre du pendule, $\omega^2 = g'/l$.

Comme $x = -l R_x/R$, et donc

$$\dot{x} = \frac{l}{R} \left(\frac{R_x \dot{R}}{R} - \dot{R}_x \right)$$

que l'on réinjecte dans (8), en faisant apparaître ω^2 :

$$\frac{2\Omega}{R\omega^2} \sin \varphi \left(\frac{R_x \dot{R}}{R} - \dot{R}_x \right) \approx 1 - \frac{R}{ml\omega^2} \ll 1$$

par conséquent, on a encore au premier ordre: $1 \approx R/ml\omega^2$, soit: $R \approx mg'$

Les équations (7) se simplifient alors en deux équations du mouvement dans le plan Cxy du même type que (2) pour le plateau tournant:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega^2 x = 2\Omega' \dot{y} \\ \ddot{y} + \omega^2 y = -2\Omega' \dot{x} \end{cases} \quad (9)$$

où la vitesse angulaire de la rotation du plan d'oscillation est maintenant:

$$\Omega' = \Omega \cos \varphi = \Omega \sin L \quad (10)$$

et joue le même rôle que Ω pour le plateau tournant. Elle dépend de la latitude du lieu L. Le formalisme de la résolution de (9) est exactement le même que pour celle de (2). On a immédiatement la solution sous la forme (5):

$$u(t) = x + jy = x_0 e^{-j\Omega' t} \left(\cos \omega t + j \frac{\Omega'}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (11)$$

avec les mêmes conclusions:

- Le terme $\exp-j\Omega't$ représente la rotation du plan horizontal Cxy autour de l'axe Cz vertical avec une vitesse de rotation égale à $-\Omega'$ qui dépend de la latitude du lieu.
- Sur le plan tournant la trajectoire de M se projette suivant une ellipse de demi-axes x_0 et $x_0\Omega'/\omega$ très aplatie puisque $\Omega'/\omega \ll 1$.
- L'ellipse fait un tour complet dans le sens des aiguilles d'une montre à l'hémisphère nord, et dans le sens inverse des aiguilles d'une montre à l'hémisphère sud, au bout d'une période:

$$T = \frac{2\pi}{\Omega \sin L} \quad (12)$$

On retrouve le cas du plateau tournant pour $\sin L = 1$, c'est-à-dire aux pôles ($L = \pi/2$), mais le plateau tournant est ici la surface locale au voisinage du pôle et elle tourne très lentement (1 tour complet en 24 heures environ) (figure 7).

A l'opposé, à l'équateur, $L = 0$, donc $\sin L = 0$, la période devient infinie: il n'y a aucun effet Coriolis et le plan de rotation reste fixe: $\Omega' = 0$.

La figure 8 montre l'évolution de la période T avec la latitude L.

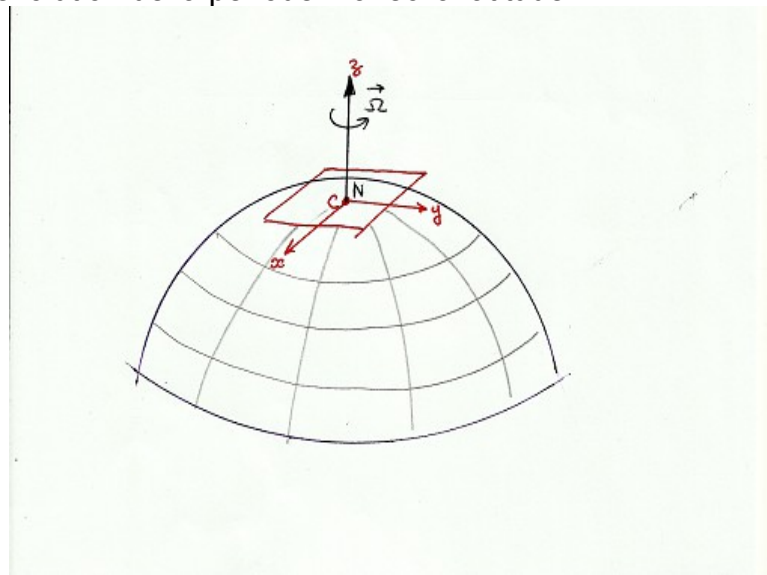


figure 7 – Cas où $\Omega' = \Omega$ ($L = \pi/2$, pôles)

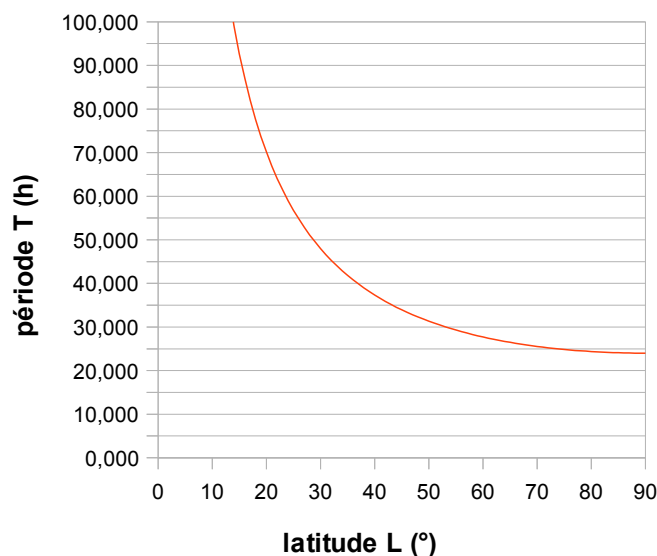


figure 8 – Evolution de T en fonction de la latitude L

Remarque: - La séparation des parties réelle et imaginaire dans (11) conduit directement à la loi horaire pour x et y:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= x_0 \left(\cos \Omega' t \cos \omega t + \frac{\Omega'}{\omega} \sin \Omega' t \sin \omega t \right) \\ y(t) &= x_0 \left(\frac{\Omega'}{\omega} \cos \Omega' t \sin \omega t - \sin \Omega' t \cos \omega t \right) \end{aligned} \right| \quad (13)$$

De (13) on déduit que:

$$x^2 + y^2 = x_0^2 \left[1 - \sin^2 \omega t \left(1 - \frac{\Omega'^2}{\omega^2} \right) \right] \quad (14)$$

autrement dit, la trajectoire de la trace au sol de M, de coordonnées (x, y) dans Cxy est un cercle dont le rayon se déforme au cours du temps. Avec $\Omega'/\omega \ll 1$ on obtient:

$$x^2 + y^2 = x_0^2 \cos^2 \omega t \quad (15)$$

Le rayon du cercle se déforme au cours du temps selon la loi:

$$r(t) = x_0 \cos \omega t$$

A l'instant initial $t = 0$, ce rayon est maximal et correspond à l'amplitude d'oscillation du pendule: $r(0) = x_0$. Il s'annule une première fois pour $t = \pi/2\omega$, puis redevient maximal (en valeur absolue) pour $t = \pi/\omega$ où $r = -x_0$, et ainsi de suite. Or entre deux maximums le plan a tourné d'un angle

$$\alpha = \Omega' \pi / \omega$$

pendant la durée $\Delta t = \pi/\omega$.

Ce mouvement correspond bien à la combinaison de deux mouvements: l'un pratiquement rectiligne (ellipse très aplatie) où M parcourt un segment entre $-x_0$ et x_0 avec la fréquence $2\pi/\omega$, l'autre de rotation du plan avec une vitesse angulaire Ω' .

On peut s'en rendre compte par le tracé de la courbe paramétrique donnée par l'équation (13) sous la forme simplifiée par l'approximation $\Omega'/\omega \ll 1$:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &\approx x_0 \cos \Omega' t \cos \omega t \\ y(t) &\approx -x_0 \sin \Omega' t \cos \omega t \end{aligned} \right| \quad (16)$$

La courbe $y = f(x)$ issue de (16) a l'allure de la figure 9.

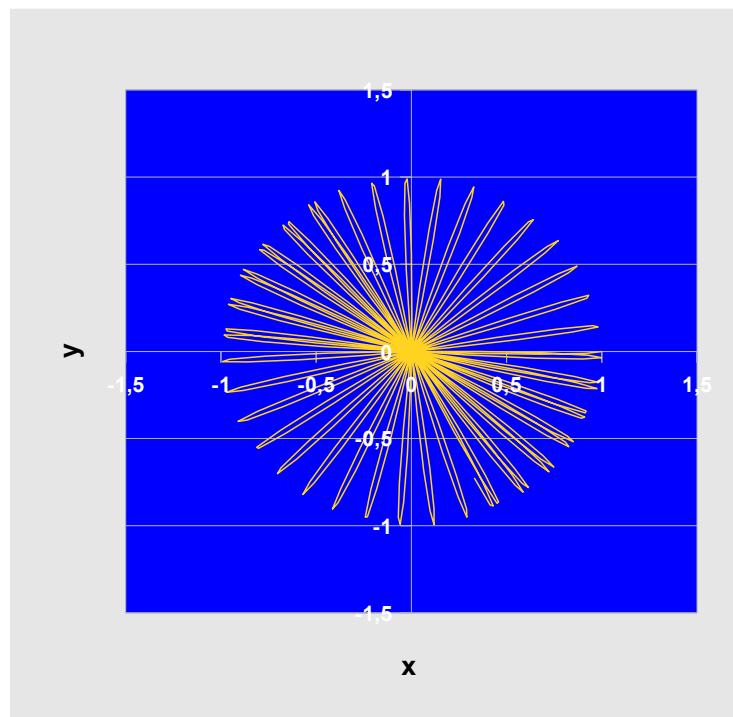


figure 9 – Allure du tracé au sol du pendule de Foucault (le nombre d'oscillations a été considérablement réduit pour plus de clarté)

3 – Tentative d'une manipulation expérimentale

J'ai essayé de reproduire partiellement l'expérience du pendule de Foucault bien évidemment à des échelles plus petites que celles du Panthéon.

Pour le principe, l'expérience est très simple: un objet pesant, qui joue le rôle de M, un fil auquel il est accroché, fixé lui-même à l'autre bout à un plafond suffisamment haut, et la mise en mouvement du pendule avec une amplitude relativement faible et de manière à ce que M reste le plus près possible du sol au cours de ces oscillations.

En pratique, il y a des difficultés à surmonter:

- Le pendule doit osciller rigoureusement toujours dans le même plan vertical. Il faut donc qu'il soit à l'abri de toute force perturbatrice extérieure: courant d'air, vibrations, déplacements même légers du point de fixation au plafond. L'expérience doit donc être menée dans un endroit fermé, avec un sol rigoureusement plat et ferme, et la fixation doit être telle que le câble ne subisse pas des mouvements suivant d'autres directions que celui du plan d'oscillation: pas question donc d'attacher le câble à un anneau par un nœud car celui-ci couliserait un peu le long du périmètre de l'anneau et/ou subirait des torsions.

Une solution consiste alors à faire passer le câble dans un œillet horizontal et faire un nœud suffisamment gros au-dessus (photo 3). Astuce: pour minimiser les frottements, graisser le nœud et le passage de l'œillet.



Photo 3 – Fixation du pendule au plafond

- L'autre difficulté est de pouvoir disposer d'un nombre d'oscillations suffisant pour observer sur une durée significative la lente rotation du plan d'oscillations. Pour la latitude où l'expérience est faite, $L = 43^\circ$, la formule (12) montre que ce plan fait un tour complet en 32 heures environ (voir aussi la courbe de la figure 8).

Il est évidemment très difficile d'obtenir un pendule qui oscille sur une durée aussi longue: les forces de frottement, au niveau notamment du point de fixation, amortissent les oscillations et celles-ci finissent par s'arrêter.

Or les forces de frottement sont proportionnelles à la pulsation ω et inversement proportionnelles à la masse: celle-ci doit être choisie importante (l'expérience faite par Léon Foucault utilisait une masse de 30 kg !). Quant à la pulsation est égale à $\omega = \sqrt{g'/\ell}$. Donc si l'on veut minimiser les frottements il faut une grande longueur de pendule (Léon Foucault avait utilisé $\ell = 67$ m !).

A l'échelle de ma petite expérience, je ne dispose pas de telles dimensions. L'expérience est faite dans un hangar d'une hauteur de 5 mètres, et les forces de frottement arrêtent le pendule en moins d'une heure. Je n'observerai donc jamais la rotation complète du plan d'oscillation, en revanche, en une heure je peux espérer observer une rotation partielle. La masse utilisée est une bouteille en plastique de 2 litres d'eau complètement remplie (il faut éviter la présence d'une surface libre qui induirait des mouvements perturbateurs). Le fil est relié à la bouteille par le bouchon dans lequel j'ai fait un trou pour faire un noeud pour le maintien.

Évaluons la rotation du plan d'oscillation que l'on peut obtenir en moins de 2 heures, 104 mn pour être exact, durée au bout de laquelle les oscillations s'arrêtent par frottement. Si le plan d'oscillation fait un tour en 32 heures, alors en 104 mn il accomplit une rotation de:

$$(104/60)/32 \times 360^\circ = 19,5^\circ \approx 20^\circ$$

Pour matérialiser cette rotation j'ai disposé à la périphérie d'un cercle dont le centre coïncide avec la masse M au repos, des pièces de jeu d'échec à intervalle angulaire régulier (15°), sur une feuille de papier collée au sol où j'ai tracé le cercle. L'orientation du plan d'oscillation initial a été choisie en fonction de la direction nord-sud repérée par une boussole. On obtient donc le dispositif montré à la photo 4.

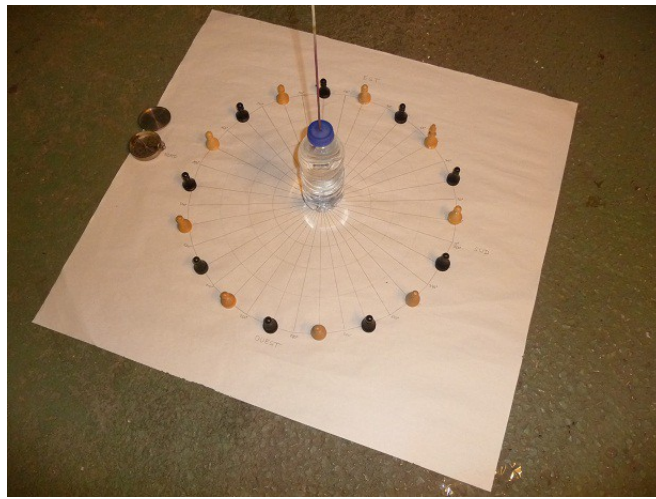


Photo 4 – dispositif expérimental

Après mise en mouvement du pendule je reste observer les oscillations jusqu'à leur arrêt définitif (104 mn). Comme les amplitudes diminuent au cours du temps, je rapprochais les pièces vers le centre pour qu'elles puissent être touchées par la bouteille, en veillant à ne pas bousculer celle-ci.

Au bout de cette durée on voit des pièces d'échec renversées aux environ de 20° dans la direction vers l'ouest, c'est-à-dire dans le sens opposé de la rotation de la surface terrestre locale (photo 5).

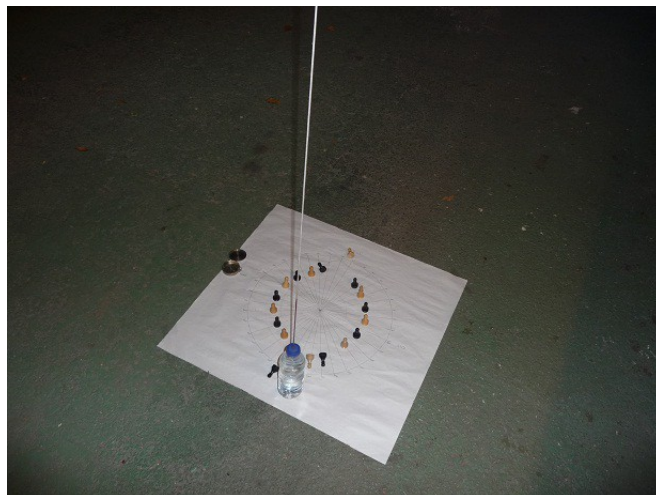


Photo 5 – Estimation observée de la rotation du plan d'oscillation au bout de 104 mn

Les conditions sommaires de l'expérience ne permettent pas d'en dire plus, mais la tendance observée est bien conforme au phénomène attendu!

Bibliographie sommaire

[Bausset 1990] - Max Bausset: Mécanique des systèmes de solides, Masson, 1990

[Charlier, Berard 1989] - Alphonse Charlier, Alain Berard, Marie-France Charlier: Mécanique analytique, ed. Marketing, 1989

[Pérez 2001] - José-Philippe Pérez: Mécanique – Dunod 2001

[Radix] - Jean-Claude Radix: Techniques inertielles – ENSTA, Masson et Cie, 1972