



Frédéric Elie on
ResearchGate

Pluviomètres

Frédéric Elie

juillet 1999

CopyrightFrance.com

La reproduction des articles, images ou graphiques de ce site, pour usage collectif, y compris dans le cadre des études scolaires et supérieures, est INTERDITE. Seuls sont autorisés les extraits, pour exemple ou illustration, à la seule condition de mentionner clairement l'auteur et la référence de l'article.

Abstract : principe et fabrication d'un pluviomètre rudimentaire

SOMMAIRE

- 1 - Principe et fabrication d'un pluviomètre rudimentaire
- 2 - Pluviomètres non cylindriques

1 - Principe et fabrication d'un pluviomètre rudimentaire

L'invention du pluviomètre remonte à Benedetto Castelli (1578-1643): il exploite à l'origine le principe d'une lecture visuelle de la hauteur d'eau à l'intérieur d'un récipient correctement gradué. C'est un exemple d'application de la conservation de la masse pour un liquide incompressible isotherme (l'eau de pluie). Bien entendu il existe quantité de pluviomètre sophistiqués et électroniques, mais je me limite ici à présenter son principe de base et à une possibilité d'en construire un très simplement.

Hypothèse: on se base sur un sol fictif, infini, plan et complètement étanche. La *hauteur pluviométrique* est la hauteur de l'eau tombée sur un tel sol au bout d'une période de temps. Pour une hauteur pluviométrique H exprimée en mm, une surface de 1m² a reçu un volume d'eau de H litres/m², c'est pourquoi les pluviomètres sont gradués avec ces unités. Si on utilise un récipient circulaire de diamètre D, l'eau recueillie, correspondant à la hauteur pluviométrique H, a pour volume:

$$V = \pi /4 D^2H$$

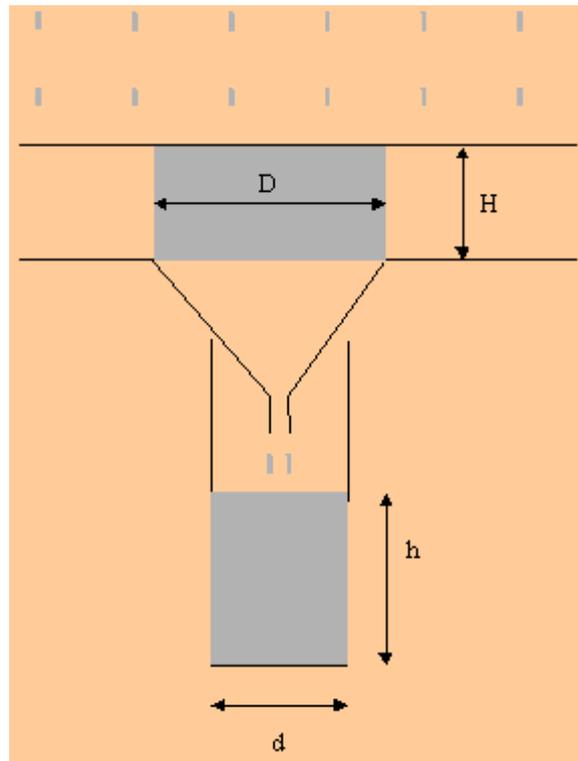
Pour faciliter la lecture est se prémunir des effets de l'évaporation, ce récipient est un entonnoir surmontant un récipient cylindrique plus étroit et allongé de diamètre d. Dans ce deuxième récipient la hauteur d'eau de pluie correspondant à H est h, et se déduit par la conservation du volume d'eau tombée:

$$\pi HD^2/4 = \pi hd^2/4$$

On portera alors sur la graduation de h les valeurs correspondantes de H selon la transformation d'échelle:

$$H = (d/D)^2 h \quad (1)$$

(en mm sur une période de temps T).



Pour lire la hauteur pluviométrique à l'aide d'un réservoir cylindrique on peut utiliser une graduation selon la relation (1): dans ce cas l'échelle sera la même pour les faibles hauteurs et pour les hauteurs importantes. L'erreur absolue, obtenue en différenciant (1) avec d constant, est donc la même quelle que soit la hauteur d'eau:

$$\delta H = (d/D)^2 \delta h \quad (2)$$

et l'erreur relative sera plus importante aux faibles hauteurs qu'aux grandes:

$$\delta H/H = \delta h/h \quad (3)$$

Si par contre on veut une erreur absolue qui varie avec la hauteur d'eau, il faut déterminer un profil de la génératrice du récipient (supposé une surface de révolution) qui ne soit pas cylindrique, autrement dit le rayon r varie avec la hauteur h : $r = r(h)$. Dans ce cas la conservation du volume d'eau entre l'entrée de l'entonnoir et le récipient devient:

$$\pi r^2(h) \delta h = \pi D^2/4 \cdot \delta H$$

la loi de graduation est donc:

$$H(h) = 4/D^2 \int_{0 < z < h} r^2(z) dz \quad (4)$$

l'erreur relative est:

$$\delta H/H = r^2(h) \delta h / \int_{0 < z < h} r^2(z) dz \quad (5)$$

et l'erreur absolue:

$$\delta H = 4/D^2 \cdot r^2(h) \delta h \quad (6)$$

la relation (6) montre que si r est une fonction croissante de h l'erreur absolue sera faible si h est faible et plus importante si h est élevée. On cherche donc une erreur absolue minimale aux faibles valeurs de h pour faciliter la lecture pour les faibles précipitations, et la recherche d'une erreur relative qui sera d'autant plus faible que h est grand. Si le récipient est cylindrique l'erreur absolue (6) est donnée par (2), soit δH_0 cette erreur. Quelle forme faut-il donner au récipient, c'est-à-dire comment doit être le rayon $r(h)$, pour que l'erreur absolue soit inférieure à celle du cas cylindrique pour toute hauteur d'eau? On doit avoir:

$$\delta H = 4/D^2 \cdot r^2(h) \delta h < \delta H_0 = (d/D)^2 \delta h$$

d'où la condition: l'erreur absolue est inférieure au cas cylindrique si pour toute hauteur d'eau le rayon est inférieur au rayon du cylindre, autrement dit, si celui-ci est le rayon maximal du récipient correspondant à la hauteur d'eau maximale, le récipient est plus fin que le cylindre (et par conséquent plus long):

$$r(h) \leq d/2 \text{ pour } h \leq h_0 \text{ hauteur maximale (7)}$$

Quel impact a la condition (7) sur l'erreur relative cette fois, exprimée par (5)? On remarquera que l'intégrale présente dans (5) est le volume d'eau dans le récipient correspondant à la hauteur h , soit $V(h)$. Or pour une hauteur pluviométrique H donnée, le volume d'eau correspondant contenu dans le récipient cylindrique est le même que celui contenu dans le récipient non cylindrique $V(h) = V(h') = V(H)$, tandis que la hauteur d'eau lue dans le cylindre est plus petite que celle lue dans le récipient non cylindrique $h > h'$ (puisque celui-ci est plus étroit - condition (7)). A hauteur H donnée, l'intégrale est donc une constante et la condition (7), compte tenu de (5), donne:

$$\delta H/H = r^2(h) \delta h / V(H) \leq d^2/4 \cdot \delta h / V(H) = \delta H_0 / H$$

Conclusion: l'emploi d'un récipient de forme non cylindrique et évasée, plus étroit que le récipient cylindrique destiné à recevoir la même quantité d'eau maximale, nécessite une longueur plus importante et favorise une erreur relative plus faible sur la hauteur pluviométrique, et ceci principalement aux faibles niveaux.

2 - Pluviomètres non cylindriques

La construction d'un pluviomètre cylindrique de diamètre interne d avec un entonnoir de diamètre D , ne pose pas de difficulté: la relation (1) donne la loi de graduation des niveaux d'eau lus. Il faut veiller à disposer d'une hauteur maximale h_0 du cylindre et d'un rapport d/D suffisants pour pouvoir mesurer des hauteurs pluviométriques maximales correspondant au climat de la région. Pour une région au climat tempéré, on doit prévoir raisonnablement $H_{\max} = 40$ mm. Naturellement, le pluviomètre doit être fixé au sol bien verticalement, loin de tout obstacle, et la paroi de son entonnoir doit être suffisamment rehaussée pour éviter que l'eau de pluie rebondisse vers l'extérieur. Mais il doit être aussi suffisamment évasé pour des pluies inclinées.

Le cas le plus simple de pluviomètre non cylindrique est la forme conique (voir photo).



La forme de sa génératrice obéit à la relation: $r(h) = ah + b$ avec $b = r(0) < d/2$ pour $h = 0$ (fond plat), et $a = (d/2 - b)/h_0$. La loi de graduation de la hauteur lue $H(h)$ est obtenue par intégration de (6):

$$H(h) = 4/D^2 \cdot \int_{0 < z < h} (az + b)^2 dz = D^2/4 \cdot (a^2 h^3 / 3 + abh^2 + b^2 h)$$

ce qui montre que les traits de graduation ne sont pas équidistants: ils sont plus écartés aux faibles h et plus resserrés aux h élevées;

Autre exemple: génératrice en arc de parabole:

$$r(h) = a\sqrt{h} + b \leq d/2$$

donne la graduation:

$$H(h) = D^2/4 \cdot (a^2 h^2 / 2 + b^2 h + 4/3 \cdot abh^{3/2})$$