



Frédéric Elie on
ResearchGate

Transports et convections atmosphériques

Frédéric Elie

septembre 2008

CopyrightFrance.com

La reproduction des articles, images ou graphiques de ce site, pour usage collectif, y compris dans le cadre des études scolaires et supérieures, est INTERDITE. Seuls sont autorisés les extraits, pour exemple ou illustration, à la seule condition de mentionner clairement l'auteur et la référence de l'article.

« Si vous ne dites rien à votre brouillon, votre brouillon ne vous dira rien ! »
Jacques Breuneval, mathématicien, professeur à l'université Aix-Marseille I, 1980*

Abstract : Cet article peut servir de complément à l'article sur le réchauffement climatique, dans lequel quelques notions de dynamique atmosphérique ont été introduites. On y verra les différentes forces qui sont responsables de la dynamique de la troposphère, avec notamment des détails sur une zone importante de celle-ci : la couche limite atmosphérique.

SOMMAIRE

- 1 – Les principales forces responsables des mouvements atmosphériques
 - 1-1 - Variation de la quantité de mouvement
 - 1-2 - Conservation de la masse du fluide
 - 1-3 - Variation de l'énergie
 - 1-4 - Importance relative des effets de la force de Coriolis
 - 1-5 - Écoulements atmosphériques à faible nombre de Rossby (écoulements géostrophiques)
 - 2 – Mouvements verticaux atmosphériques : convection, stratification verticale, stabilité
 - 2-1 - Flottabilité d'une parcelle d'air atmosphérique (« buoyancy »)
 - 2-2 - Température potentielle et gradient adiabatique
 - 2-3 - L'atmosphère sous conditions stables : ondes de Brunt-Vaisala
 - 2-4 - Phénomène d'inversion
 - 2-5 - Convection humide, son rôle dans le transport vertical
 - 3 – Couche-limite atmosphérique
 - 3-1 - Couche-limite et turbulence
 - 3-2 - Hypothèse de Boussinesq
 - 3-3 - Couche d'Ekman
 - 3-4 - Jets de basse couche de la CLA dans l'état stable
 - 3-5 - Couche de surface
- Indications bibliographiques

1 – Les principales forces responsables des mouvements atmosphériques

Elles sont de trois sortes :

- **forces de gravité.** Elles sont à l'origine des mouvements convectifs qui apparaissent en présence de différences de densité de l'air.
- **forces de gradient de pression.** Ce sont les forces hydrodynamiques, donnant lieu à l'écoulement du fluide entre des zones où les pressions sont différentes. Ces différences de pression peuvent avoir diverses causes : distribution non uniforme de la température, distribution non uniforme de la densité de l'air avec l'altitude, distribution non uniforme de l'humidité, etc. Les mouvements induits peuvent être complexes à cause de la nature non linéaire du couplage entre les composants du champ de vitesse, et à cause des effets de viscosité ou de frottement.
- **force de Coriolis,** due à la rotation de la Terre, dépendant de la latitude du lieu et de la vitesse du fluide. Elle a pour effet de dévier le champ de vitesse de l'air en mouvement, quelle que soit la cause de celui-ci, dès lors qu'il s'effectue sur des échelles d'espace importantes.

Les effets de ces forces sont différents selon les échelles d'espace et de temps considérées de l'atmosphère. Par exemple, on conçoit bien que la force de Coriolis a des effets significatifs aux grandes échelles (planétaires ou synoptiques), mais pas sur les mouvements convectifs à l'intérieur d'un nuage. Autre exemple : le mouvement de l'air situé au voisinage de la surface terrestre dépend des effets de frottement et de viscosité sur une zone qui s'appelle la **couche limite atmosphérique (CLA)**, et au-delà de cette zone, les mouvements de l'atmosphère dit « libre » ne sont plus sensibles aux effets de surface. Pour ce qui concerne les échelles de temps, le déplacement des systèmes nuageux examiné sur une échelle de plusieurs jours sur une grande portion de surface terrestre, montre un caractère turbulent, tel que peuvent montrer les animations satellitaires, avec des « bursts », des structures aléatoires qui se font et qui se défont..., tandis que le passage des nuages au-dessus de nos têtes sur quelques heures montre plutôt une lente déformation.

En météorologie, on distingue alors plusieurs échelles sur lesquelles se développent les phénomènes atmosphériques :

- **l'échelle planétaire**, de dimension horizontale typique de l'ordre de 10000 km. Comparée à l'épaisseur de la troposphère (10 km), cette échelle confère à celle-ci un caractère bidimensionnel, c'est-à-dire comme une couche très mince au-dessus de la surface terrestre et dont l'extension verticale est négligeable.
- **l'échelle synoptique** : elle couvre les phénomènes se déployant sur des dimensions horizontales de l'ordre de 1000 km et de durée de vie de quelques jours (exemple : système dépressionnaire).
- **la méso-échelle**, avec une extension horizontale de l'ordre de 10 à 100 km et une durée de vie de quelques heures. Par exemple, les fronts sont descriptibles sur cette échelle.
- **l'échelle convective**, avec une extension horizontale de l'ordre de 1 à 10 km et une durée de vie d'une heure environ (exemple : phénomènes dans les nuages, cumulonimbus...).
- **la micro-échelle**, avec une extension horizontale inférieure à 1 km et une durée de vie de quelques minutes (exemple : tourbillons, tornades...).

Selon l'échelle sur laquelle est étudié un phénomène météorologique, les équations du mouvement du fluide peuvent faire l'objet de simplifications adaptées. Ainsi, une théorie développée pour une certaine échelle ne restera valide que sur celle-ci et ne devra pas être étendue à des échelles différentes. N'oublions pas non plus que, du fait de la non linéarité des processus de la physique des fluides, des couplages peuvent s'instaurer entre phénomènes ou systèmes développés sur des échelles différentes. Pour cette raison, il est fondamentalement très difficile de pouvoir décrire tous les processus météorologiques à l'aide d'un seul modèle unitaire : le recours à différents modèles adaptés à des échelles particulières est nécessaire

mais il faut établir des conditions de passage et de couplage d'une échelle à l'autre pour obtenir une vision hiérarchique et générale des phénomènes, et cela est une difficulté permanente. L'évolution des fluides dans l'atmosphère est abordée sur la base des équations fondamentales de la dynamique newtonienne qui expriment:

- la variation de la quantité de mouvement en fonction des forces extérieures appliquées (principe fondamental de la dynamique) ;
 - la conservation de la masse ;
- à ces bilans il faut ajouter la variation de l'énergie interne du système, pour écrire toutes les équations de son évolution.

L'observation de cette évolution s'effectue dans le repère lié à la Terre. Mais, comme chacun le sait, ce repère est tournant, la Terre tournant sur elle-même en 24 heures environ. Or l'équation décrivant la conservation de la quantité de mouvement, qui énonce l'égalité entre le taux de variation de la quantité de mouvement et des forces extérieures, est écrite par rapport à un référentiel absolu, ou galiléen (par exemple construit par rapport aux étoiles « fixes »). L'expression du mouvement dans le référentiel mobile fait intervenir des forces d'inertie qui sont directement liées au déplacement du référentiel mobile par rapport au référentiel galiléen. Si le repère mobile est un repère local, solidaire d'un point O de la surface terrestre, il est un repère animé d'un mouvement de rotation dont la vitesse angulaire Ω dépend de la vitesse angulaire de rotation terrestre $\Omega_0 = 0,727 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ et de la latitude du lieu φ . En choisissant les axes du repère local Oxyz de telle sorte qu'il soit direct et que l'axe Oz passe par le centre T de la Terre et soit orienté vers l'espace, la vitesse angulaire locale Ω est portée par Oz. Désignant par $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, les vecteurs unitaires formant une base de ce repère (figure 1), portés respectivement par les axes Ox, Oy, Oz, on démontre que l'on a (exercice !) :

$$\Omega = \Omega_0 \sin \varphi \mathbf{k}$$

La quantité $f = 2\Omega = 2\Omega_0 \sin \varphi$ est appelée « paramètre de Coriolis » ou encore « vorticité planétaire ».

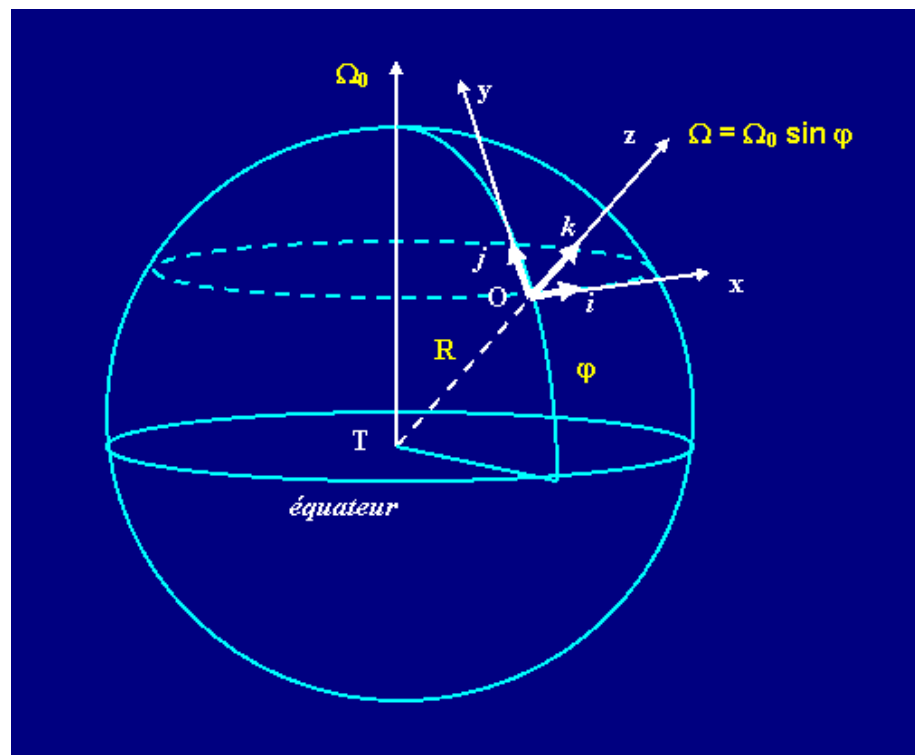


figure 1 – coordonnées locales à la surface de la Terre

1-1 - Variation de la quantité de mouvement

Avant d'écrire les équations de variation de la quantité de mouvement, il convient de rappeler comment sont reliées les taux de variation de grandeurs vectorielles exprimées dans le repère galiléen (G), $(d\mathbf{A}/dt)_{(G)}$ et dans le repère tournant $(d\mathbf{A}/dt)$ (NB : on convient de ne pas mettre d'indice pour les grandeurs vectorielles exprimées dans le repère tournant Oxyz):

$$\left(\frac{d\mathbf{A}}{dt}\right)_{(G)} = \left(\frac{d\mathbf{A}}{dt}\right) + \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{A} \quad (1)$$

Lorsque la grandeur vectorielle est le vecteur position $\mathbf{r}$, l'application de (1) donne la relation entre les vitesses :

$$\mathbf{V}_{(G)} = \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_{(G)} = \mathbf{V} + \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{r} \quad (2)$$

Comme nous avons besoin des accélérations pour appliquer le principe fondamental de la dynamique newtonienne, c'est le vecteur vitesse qui joue le rôle du vecteur $\mathbf{A}$ dans (1), compte tenu de (2). Il vient donc, pour les accélérations :

$$\left(\frac{d\mathbf{V}_{(G)}}{dt}\right)_{(G)} = \left(\frac{d\mathbf{V}_{(G)}}{dt}\right) + \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{V}_{(G)} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{V} + \boldsymbol{\Omega} \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{r}) \quad (3)$$

La relation (3) fait apparaître deux accélérations d'inertie qui s'ajoutent à l'accélération relative $d\mathbf{V}/dt$:

- l'accélération centripète $\boldsymbol{\Omega} \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{r})$, de module $-\Omega^2 R \cos\varphi$, où R est le rayon terrestre ;
- l'accélération de Coriolis $2\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{V}$, où l'on reconnaît le paramètre $f = 2\Omega$; elle est perpendiculaire à la vitesse relative $\mathbf{V}$.

L'accélération dans le référentiel galiléen (G) résulte des forces extérieures appliquées à la particule fluide, comme l'indique le principe fondamental de la dynamique :

$$(d\mathbf{V}_{(G)}/dt)_{(G)} = \Sigma (\text{forces appliquées})$$

Les forces appliquées sont :

- la force de gravité due à l'attraction terrestre. Dans le volume de l'atmosphère considéré, on admet que la variation de l'accélération de la pesanteur g avec l'altitude z est négligeable, g est donc constante et le champ de pesanteur dérive donc d'un potentiel $\Phi = gz$;
- la force de pression, qui est appliquée sur la surface entourant la particule fluide : elle est égale à $-PdA$ où P est la pression et dA l'aire de la surface élémentaire. D'après le théorème de Stokes-Ostrogradski, la résultante des forces de pression est, pour une particule fluide de volume élémentaire dV : $-\mathbf{grad} P \cdot dV$; en effet :

$$\text{résultante forces de pression} = \iint -P dA = -\iiint \mathbf{grad} P dV$$

- la force de viscosité, qui est une force surfacique : elle provient des contraintes de cisaillement d'origine moléculaire entre couches fluides, qui ont pour effet de modifier la quantité de mouvement. Pour les fluides newtoniens (et l'air atmosphérique en est un) on démontre que cette contrainte est proportionnelle au gradient des vitesses du fluide ; par exemple, pour un écoulement plan parallèle à Ox , la contrainte est $-\mu \partial V_x / \partial y$, où μ est la

viscosité dynamique du fluide.

On démontre alors que, dans le référentiel galiléen, les mouvements du fluide newtonien sont les solutions des **équations de Navier-Stokes** :

$$\left(\frac{d \mathbf{V}_{(G)}}{dt} \right)_{(G)} = \left(\frac{\partial \mathbf{V}_{(G)}}{\partial t} \right) + (\mathbf{V}_{(G)} \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{V}_{(G)} = -\frac{1}{\rho} \mathbf{grad} P + \nu \Delta \mathbf{V}_{(G)} + \mathbf{grad} \Phi \quad (4)$$

où $\nu = \mu / \rho$ est la viscosité cinématique (elle vaut $1,4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ pour l'air à 20°C).

REMARQUE : le terme non linéaire $(\mathbf{V}_{(G)} \cdot \mathbf{grad})$ introduit le transport par advection des différentes grandeurs du volume fluide (ici le champ de vitesse, mais ça peut être aussi le champ de température, de concentration chimique, etc.). Ce terme est à prendre en compte lorsque l'on suit l'évolution de la particule fluide tout au long de son cheminement dans l'écoulement : c'est la description lagrangienne du fluide. A l'inverse, il disparaît lorsque l'on s'intéresse à l'évolution de l'état du fluide en un même endroit : c'est la description eulérienne. Dans la physique de l'atmosphère le point de vue lagrangien est souvent adopté puisque l'on s'intéresse aux mouvements à grande échelle des masses d'air.

A partir de l'équation de Navier-Stokes (4) et du calcul de l'accélération dans le référentiel galiléen (3) on tire l'accélération dans le repère en rotation Oxyz (exercice !):

$$\left(\frac{d \mathbf{V}}{dt} \right) = \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} \right) + (\mathbf{V} \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \mathbf{grad} P + \nu \Delta \mathbf{V} - \mathbf{grad} \Phi - 2 \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{V} - \boldsymbol{\Omega} \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{r}) \quad (5)$$

(attention ! dans (5) la vitesse dans le référentiel absolu $\mathbf{V}_{(G)}$ n'apparaît plus). Cette fois, dans les équations du mouvement dans le repère mobile (5), c'est l'**accélération centrifuge** - $\boldsymbol{\Omega} \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{r})$ qui apparaît (égale et opposée à l'accélération centripète). En remarquant qu'elle est égale à : $\mathbf{grad}(\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{r})^2$, la force centrifuge vient s'ajouter aux forces de pesanteur et de pression, et conduit avec elles à un potentiel unique des forces conservatives :

$$\Pi = \frac{P}{\rho} + \Phi - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{r})^2$$

et (5) se réécrit :

$$\left(\frac{d \mathbf{V}}{dt} \right) = \nu \Delta \mathbf{V} - \mathbf{grad} \Pi - 2 \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{V} \quad (6)$$

REMARQUE : L'accélération centrifuge peut induire des écoulements, dits secondaires, lorsque le fluide est initialement au repos. Lorsque le fluide est déjà en mouvement, ces écoulements secondaires se superposent à l'écoulement initial. En présence d'une force centrifuge, le fluide est au repos ($\mathbf{V} = 0$) si le potentiel Π est constant ($\mathbf{grad} \Pi = 0$) : une particule fluide à la pression P est alors dans une position d'équilibre si elle reste sur une surface déterminée par :

$$\Pi = cste = \frac{P}{\rho} + g z - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{r})^2$$

Dans l'exemple classique d'un cylindre en rotation contenant un liquide au repos, cette relation fournit l'équation de la surface libre (où par définition la pression est égale à la pression atmosphérique P_0) et on vérifie que cette surface est un paraboloïde de révolution :

$$z(r) = cste - \frac{P_0}{\rho g} + \frac{1}{2} \Omega^2 r^2$$

1-2 - Conservation de la masse du fluide

En l'absence de flux de matière, une particule fluide conserve sa masse au cours de son déplacement. Mathématiquement cela se traduit par un taux de variation de sa masse nul : $dm/dt = 0$. Or la masse occupe un volume, et en appelant ρ la masse volumique du fluide on a :

$$m = \iiint \rho d\tau \quad \text{où } d\tau \text{ élément de volume}$$

La conservation de la masse donne donc (exercice !):

$$\frac{dm}{dt} = 0 = \frac{d}{dt} \iiint \rho d\tau = \iiint \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) \right) d\tau$$

Cette égalité ayant lieu quel que soit le volume, il vient l'équation dite de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (7)$$

1-3 - Variation de l'énergie

Lorsqu'une particule fluide échange de l'énergie avec son environnement, la variation de son énergie interne peut être calculée à partir du premier principe de la thermodynamique. Celui énonce que :

la variation de l'énergie interne du fluide dU est égale à la somme du travail mécanique δW des forces extérieures exercées sur la particule fluide et de la chaleur échangée δQ entre celle-ci et l'extérieur :

$$dU = \delta W + \delta Q$$

Si le fluide est un gaz parfait, on sait que son énergie interne dépend seulement de la température : $dU = mC_V dT$, où C_V est la capacité calorifique à volume constant. Le travail des forces conduit à une variation du volume sous l'action de la pression qu'elles exercent sur la surface de la particule fluide : $\delta W = -Pd\tau$. Si l'on considère l'unité de masse du fluide, l'équation des gaz parfaits s'écrit : $P/\rho = \Re T$, où $\Re = R/M$ est le rapport de la constante des gaz parfaits R ($R = 8,314 \text{ J/K/mol}$) et de la masse molaire du gaz M (pour l'air $M = 28\text{g/mol}$), et le premier principe se réécrit :

$$C_V dT = -P d\left(\frac{1}{\rho}\right) + \delta q \quad \text{où } \delta q \text{ chaleur échangée par unité de masse.}$$

En faisant intervenir l'enthalpie du gaz : $H = U + P\tau$, on peut exprimer aussi le premier principe par :

$$dH = dU + Pd\tau + \tau dP = (-Pd\tau + \delta Q) + Pd\tau + \tau dP = \tau dP + \delta Q$$

Le gaz étant parfait, l'enthalpie est $dH = mC_P dT$, où C_P est cette fois la chaleur spécifique à pression constante (pour l'air $C_P = 1004 \text{ J/K/kg}$), qui est reliée à la capacité calorifique à volume constant par la **relation de Robert Mayer** : $C_P = C_V + R$. Pour l'unité de masse du gaz on a donc :

$$C_P dT = -P d\left(\frac{1}{\rho}\right) + \delta q + R dT \quad (8)$$

1-4 - Importance relative des effets de la force de Coriolis

Dans les équations du mouvement (5) différents effets sont regroupés : les effets de la force de Coriolis, ceux de la viscosité et ceux de l'advection (termes non linéaires). Dans la dynamique de l'atmosphère nous n'obtiendrons pas les mêmes types d'écoulement selon l'importance relative de la force de Coriolis et des deux autres effets. Pour l'évaluer, on procède comme on le fait toujours en hydrodynamique : on réécrit les équations du mouvement à l'aide de grandeurs sans dimension obtenues en faisant le rapport entre les grandeurs réelles et des grandeurs caractéristiques de l'échelle du problème. Il apparaît alors naturellement des nombres caractéristiques sans dimension qui représentent, en ordre de grandeur, les rapports entre les différentes forces.

Donnons-nous alors les grandeurs caractéristiques pour une portion d'atmosphère dont les mouvements sont solutions de (5) :

- comme échelle de longueur L ; par exemple c'est la taille d'un front en méso-échelle, ou d'un cumulonimbus en échelle convective ;
- comme échelle de vitesse V^* ; c'est par exemple la vitesse moyenne ou la vitesse maximale du fluide sur l'échelle géométrique considérée ;
- comme échelle de temps T ; on la prend naturellement égale à la période de la rotation Coriolis : $T = 1/f = 1/2\Omega$.

Les grandeurs sans dimension sont alors : $x' = x/L$, $y' = y/L$, $z' = z/L$ pour les longueurs, $t' = t/T$ pour le temps et $\mathbf{V}' = \mathbf{V}/V^*$ pour les vitesses. La réécriture de (5) avec ces grandeurs conduit aux équations du mouvement sans dimension (exercice !) :

$$\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial t'} + \text{Ro}(\mathbf{V}' \cdot \mathbf{grad}') \mathbf{V}' = -\mathbf{grad}' P' - \mathbf{k} \wedge \mathbf{V}' + \text{Ek} \Delta' \mathbf{V}' \quad (9)$$

Les notations $\mathbf{grad}'$ et Δ' représentent respectivement le gradient et le laplacien exprimés avec les grandeurs sans dimensions x' , y' , z' ; par exemple : $\mathbf{grad}' = (\partial/\partial x', \partial/\partial y', \partial/\partial z')$.

La grandeur P' est la pression adimensionnée selon : $P' = \Pi/2\Omega L V^* = \Pi/f L V^*$, dans lequel f est le paramètre de Coriolis et Π le potentiel généralisé vu plus haut.

Dans (9) deux nombres caractéristiques apparaissent :

- le **nombre de Rossby** Ro :

$$\text{Ro} = \frac{V^*}{2\Omega L} = \frac{V^*}{f L} \quad (10)$$

- le **nombre d'Ekman** Ek :

$$\text{Ek} = \frac{\nu}{2\Omega L^2} = \frac{\nu}{f L^2} \quad (11)$$

Le nombre de Rossby compare en ordre de grandeurs les effets d'advection (transports convectifs) et les effets de la force de Coriolis. En effet les premiers sont de l'ordre :

$(\mathbf{V} \cdot \mathbf{grad})\mathbf{V} \approx U^2/L$, et les seconds sont de l'ordre : $2(\Omega \wedge \mathbf{V}) \approx 2\Omega V^*$, et leur rapport donne :

$$\frac{V^*}{2\Omega L} = \frac{\text{effet transport convectif}}{\text{force de Coriolis}}$$

qui est bien le nombre de Rossby (10). De la même manière, le nombre d'Ekman est en ordre de grandeur le rapport des forces de viscosité $\nu \Delta \mathbf{V} \approx \nu V^*/L^2$ et de la force de Coriolis $2\Omega V^*$, soit :

$$\frac{\nu}{2\Omega L^2} = \frac{\text{forces visqueuses}}{\text{force de Coriolis}}$$

Un écoulement à faible nombre de Rossby ou à faible nombre d'Ekman est dominé par les effets de la force de Coriolis.

Comme le paramètre de Coriolis est fixé en une latitude donnée, cette situation arrive lorsque l'écoulement a lieu sur des grandes échelles :

$Ro \ll 1$ donne $L \gg U/2\Omega$ et $Ek \ll 1$ donne $L^2 \gg \nu/2\Omega$.

Cela montre, par exemple, qu'un vent de 50 km/h est dominé par les effets de Coriolis pour des échelles plus grandes que 400 km/h. Lorsqu'on a affaire à des vitesses beaucoup plus faibles, comme les courants océaniques ($U \approx 1$ m/s pour le Gulf Stream), les échelles où la force de Coriolis se fait sentir sont plus petites (moins de 10 km). Les courants océaniques suivent donc des courbes appelées gyres.

1-5 - Ecoulements atmosphériques à faible nombre de Rossby (écoulements géostrophiques)

Dans l'atmosphère et aux grandes échelles (nombre de Rossby faible) les effets de viscosité ne se font sentir qu'à proximité du sol. Hormis cette zone, l'atmosphère a un nombre d'Ekman très petit.

On appelle donc écoulement géostrophique de l'atmosphère un écoulement stationnaire pour lequel on a $Ro \ll 1$ et $Ek \ll 1$. L'équation (9) donne alors (en grandeurs dimensionnelles de nouveau) :

$$\rho 2\Omega \wedge \mathbf{V} = -\text{grad } P \quad (12)$$

L'équation (12) s'appelle **équation de l'équilibre géostrophique** : elle montre, en effet, que la force de Coriolis est compensée par le gradient de pression.

Introduisons la vorticité de l'écoulement : $\zeta = \text{rot } \mathbf{V}$. L'application du rotationnel à l'équation de Navier-Stokes dans un repère tournant donne alors l'équation du transport de la vorticité (transport des tourbillons) :

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \text{grad}) \zeta = ((\zeta + 2\Omega) \text{grad}) \mathbf{V} + \nu \Delta \zeta \quad (13)$$

La quantité $\zeta + 2\Omega$ est la vorticité absolue du fluide (c'est-à-dire dans le repère galiléen) : c'est la somme de la vorticité planétaire 2Ω et de la vorticité relative ζ . Les hypothèses de l'écoulement géostrophique impliquent alors de poser $\zeta \ll 2\Omega$ (prédominance de la force de Coriolis) et de négliger les termes de viscosité et d'advection ; (13) devient donc :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = (2\Omega \cdot \text{grad}) \mathbf{V} \approx 0 \quad (14)$$

Avec les orientations adoptées à la figure 1, la projection sur les axes Ox, Oy, Oz des équations (12) et (14), compte tenu de l'incompressibilité du fluide ($\text{div } \mathbf{V} = 0$), conduit au **théorème de Taylor-Proudman** sous la forme des égalités suivantes (exercice !) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial z} &= \frac{\partial V_y}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial V_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

La vitesse ne dépend que des coordonnées d'un plan perpendiculaire à l'axe de rotation Oz, donc d'un plan parallèle au plan Oxy : ainsi

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}(x, y) \text{ c'est-à-dire : } V_x = V_x(x, y), V_y = V_y(x, y), V_z = V_z(x, y)$$

L'écoulement est normal au gradient de pression, comme le montre (12) : il s'ensuit que les lignes de courant sont les isobares. Cela revient à dire que les tangentes aux lignes isobares représentent les directions du vent, et c'est ce résultat qui est utilisé pour interpréter les cartes météorologiques.

La solution générale des équations géostrophiques s'écrit donc :

$$\mathbf{V}(x, y) = \frac{1}{2\Omega\rho} \mathbf{k} \wedge \mathbf{grad} P + f(x, y) \mathbf{k} \quad (15)$$

où $f(x, y)$ est une fonction qui dépend des conditions aux limites sur la vitesse. Le sens du vent est à gauche du sens de la force de Coriolis. Avec comme conditions aux limites nulles aux frontières, le module de la vitesse (15) est, à une latitude donnée φ (vitesse du vent géostrophique) :

$$V = \frac{1}{2\Omega_0\rho \sin \varphi} \frac{dP}{ds} \quad (16)$$

où ds est une longueur élémentaire dans le plan Oxy.

Le théorème de Taylor-Proudman permet de retrouver la **règle de Buys Ballot** qui énonce : le vent est parallèle aux lignes isobares et, dans l'hémisphère Nord, laisse les basses pressions sur sa gauche, et dans l'hémisphère Sud, laisse les basses pressions sur sa droite.

REMARQUE : la relation (16) donne une assez bonne approximation des vents. Le vent réel est toujours plus faible que le vent géostrophique V : au-dessus des terres il est $0,75 V$ et au-dessus de la mer $0,60 V$ environ.

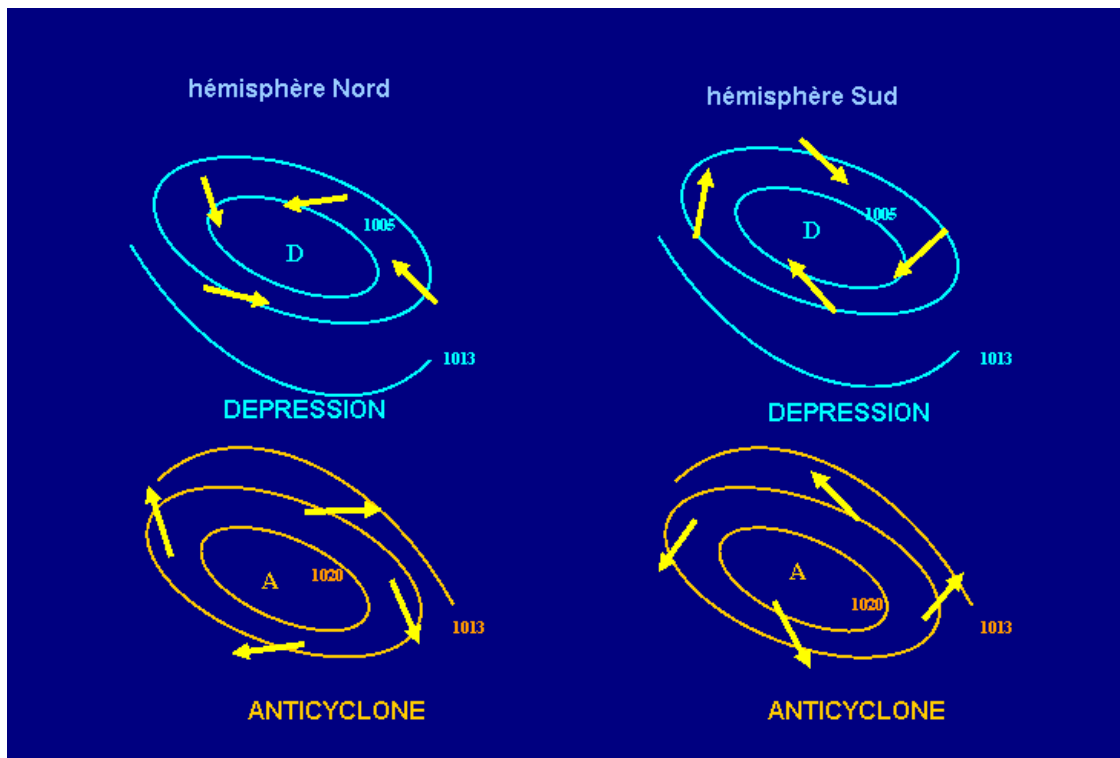


figure 2 – Règle de Buys-Ballot sur le vent géostrophique

2 – Mouvements verticaux atmosphériques : convection, stratification verticale, stabilité

2-1 - Flottabilité d'une parcelle d'air atmosphérique (« buoyancy »)

L'atmosphère est un gaz stratifié verticalement. Cela signifie que sa masse volumique varie avec l'altitude suivant la verticale. Les raisons de cette variation sont diverses : par exemple, pour une atmosphère isotherme, le fait que la pression atmosphérique diminue avec l'altitude, conformément à la **loi de Laplace** (voir [article sur l'état de l'eau](#), annexe C), entraîne que sa masse volumique diminue avec l'altitude de la même façon. Mais l'atmosphère est rarement isotherme parce que la chaleur qui provient du sol chauffé par le soleil est transmise aux couches atmosphériques voisines du sol, et peu aux couches supérieures.

La stratification verticale de l'atmosphère est responsable du principal mécanisme des mouvements verticaux qui s'y développent. Ce mécanisme est la **flottabilité** (« buoyancy » en anglais). Il repose sur le fait qu'une parcelle d'air dont la densité est différente de celle de l'atmosphère ambiante est soumise à la **poussée d'Archimède** : comme la densité ambiante évolue avec l'altitude, la poussée d'Archimède varie aussi avec elle, et par conséquent la parcelle d'air se meut verticalement avec des accélérations différentes selon son altitude.

Au cours de son ascension ou bien de sa descente, la parcelle d'air change d'état thermodynamique (température, densité). Si ce changement s'effectue sans échange de chaleur avec l'atmosphère ambiante, on dira que la parcelle d'air se déplace de manière adiabatique. On verra au paragraphe suivant que, dans ce cas, au cours du mouvement de la parcelle d'air, il y a conservation d'une quantité appelée température potentielle. Il lui correspond dans ce cas un gradient adiabatique de température, c'est-à-dire un taux de variation de la température avec l'altitude pour le cas adiabatique. En revanche, l'atmosphère est rarement adiabatique et son gradient de température diffère du gradient adiabatique. On montrera alors que, dans ce cas, l'accélération et la flottabilité de la parcelle d'air, et par conséquent, les conditions de stabilité de l'atmosphère, sont directement reliées à l'écart entre la situation réelle et la situation adiabatique de l'atmosphère.

On définira d'abord dans ce paragraphe la flottabilité et sa relation avec la température de l'atmosphère, puis au paragraphe suivant, les conditions de stabilité liées à l'écart entre les gradients de température réels et le gradient adiabatique, seront énoncées.

Considérons une **parcelle d'air**, notion idéale utilisée en Météorologie, vérifiant par définition les conditions suivantes :

- c'est un ensemble homogène de particules d'air pour lequel on peut définir une masse volumique uniforme ρ' , et une température uniforme T' ;
- la parcelle d'air se déplace suivant la verticale Oz de manière adiabatique, autrement dit on suppose qu'elle se déplace suffisamment vite pour ne pas avoir le temps d'échanger de la chaleur avec les volumes voisins de l'atmosphère ;
- la température T' de la parcelle d'air est différente de celle T de l'atmosphère ambiante à chaque altitude z ;
- en revanche à chaque instant il y a égalité des pressions à l'interface entre la parcelle d'air et l'atmosphère ambiante : $P' = P$
- l'atmosphère ambiante est au repos : il y a donc équilibre hydrostatique.

Le cadre géométrique du problème est donné à la figure 3.

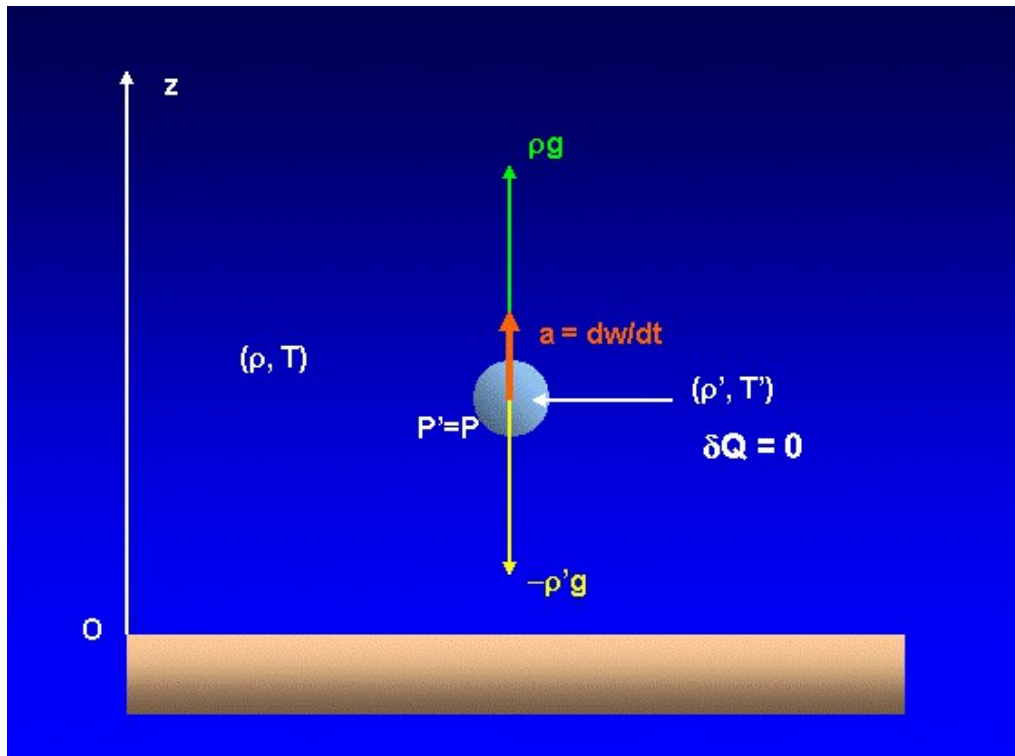


figure 3 – Parcelle d'air

Soit w et $a = dw/dt$ la vitesse et l'accélération verticales de la parcelle d'air. Les forces exercées sur la parcelle d'air, par unité de volume, sont d'une part son poids et d'autre part la force de pression (équations de Navier-Stokes (4) sans viscosité, dans un référentiel au repos) :

$$\rho' a = \rho' \frac{dw}{dt} = \rho' g - \text{grad } P$$

d'où, en projetant sur Oz :

$$\rho' a = \rho' \frac{dw}{dt} = -\rho' g - \frac{\partial P}{\partial z}$$

Par ailleurs, l'atmosphère ambiante étant en équilibre hydrostatique, on a :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

L'équation du mouvement devient donc :

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{\rho - \rho'}{\rho'} \quad (17)$$

La relation (17) met en évidence la flottabilité $f = -(\rho - \rho')g$, grandeur vectorielle représentant l'écart entre la poussée d'Archimède et le poids de la parcelle d'air par unité de volume. Si la parcelle d'air est moins dense que l'air ambiant, la flottabilité est positive, la parcelle d'air monte ; si elle est plus dense, f est négative, la parcelle d'air descend.

En assimilant l'air atmosphérique à un gaz parfait, on a : $P/\rho T = P'/\rho' T'$, donc à pression identique il vient $(\rho - \rho')/\rho' = (T' - T)/T$, la relation (17) devient donc :

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{T' - T}{T} \quad (18)$$

La relation (18) montre que : une parcelle d'air plus chaude que l'atmosphère ambiante ($T' > T$) monte, tandis qu'elle descend si elle est plus froide ($T' < T$).

Si la parcelle d'air part, à l'altitude z_0 , d'une situation d'équilibre thermique avec l'atmosphère, soit $T'(z_0) = T(z_0)$, et qu'elle se déplace de δz , alors, à la nouvelle altitude $z_0 + \delta z$, les températures T et T' ne seront plus égales car elles auront évolué différemment : pour la parcelle d'air le changement sera adiabatique, par définition, et pour l'atmosphère il sera quelconque. Les taux de changement sur la distance δz seront donc donnés par un gradient $(\partial T/\partial z)_{\text{adiabatique}}$ pour la parcelle d'air et $(\partial T/\partial z)$ pour l'atmosphère ambiante, de sorte que les nouvelles températures seront approximativement au premier ordre égales respectivement à :

$$\begin{aligned} T'(z_0 + \delta z) &\approx T(z_0) + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{\text{adiabatique}} \delta z \\ T(z_0 + \delta z) &\approx T(z_0) + \frac{\partial T}{\partial z} \delta z \end{aligned} \quad (19)$$

Il s'ensuit que, compte tenu de (19), l'accélération de la parcelle d'air (18), ou la flottabilité, est directement reliée à la différence entre les gradients de température de la parcelle d'air et de l'atmosphère ambiante :

$$a = \frac{dw}{dt} = \frac{1}{T(z_0)} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{\text{adiab}} - \frac{\partial T}{\partial z} \right] g \delta z \quad (20)$$

Pour des déplacements donnés δz , le signe de la flottabilité, et par conséquent la comparaison des gradients de température, détermine la stabilité de l'air atmosphérique (il y a stabilité si la parcelle tend à revenir vers sa position d'équilibre, donc si l'accélération dw/dt et le déplacement δz sont de signes opposés). Ainsi :

- ❑ **atmosphère stable** : $(\partial T/\partial z)_{\text{adiab}} < \partial T/\partial z \rightarrow$ accélération $dw/dt < 0$ pour $\delta z > 0$ (l'air ralentit en montant) ou $dw/dt > 0$ pour $\delta z < 0$ (l'air accélère en descendant)
- ❑ **atmosphère instable** : $(\partial T/\partial z)_{\text{adiab}} > \partial T/\partial z \rightarrow$ accélération $dw/dt < 0$ pour $\delta z < 0$ (l'air ralentit en descendant) ou $dw/dt > 0$ pour $\delta z > 0$ (l'air accélère en montant). l'atmosphère est instable si sa température
- ❑ **atmosphère neutre** : $(\partial T/\partial z)_{\text{adiab}} = \partial T/\partial z \rightarrow$ accélération $dw/dt = 0$ (l'air monte ou descend à vitesse constante ou est immobile)

Sur un plan pratique, ces critères sont difficilement exploitables parce qu'ils impliquent de distinguer pour l'état thermodynamique de l'atmosphère des grandeurs qui ne se conservent pas. Le gradient adiabatique est a priori difficile à mesurer tel qu'il est exprimé plus haut. Or ce qui intéresse la météorologie, c'est de pouvoir déterminer l'état thermodynamique de l'atmosphère par des grandeurs relativement aisées à mesurer (sa température, sa densité, sa pression, etc.), et il faut pouvoir faire le lien avec les grandeurs dérivées et difficilement mesurables, comme le gradient adiabatique, afin d'évaluer la stabilité de l'atmosphère.

Ce lien est rendu possible grâce à la notion de température potentielle, développée ci-après.

2-2 - Température potentielle et gradient adiabatique

Dans le cas d'une parcelle d'air sèche (sans humidité) de masse unité la quantité de chaleur échangée avec l'extérieur est la somme de la variation de l'énergie interne (laquelle dépend seulement de la température pour un gaz parfait) dU , et du travail des forces de pression PdV (où dV est la variation du volume de la parcelle d'air) :

$$\delta Q = dU + PdV$$

Pour un gaz parfait, $dU = c_v dT$, où c_v est la chaleur spécifique d'une unité de masse du gaz à volume constant. Or pour une masse unité de parcelle d'air, la variation de volume est $dV = d(1/\rho) = -d\rho/\rho^2$, et comme $P/\rho = (R/M)T$ pour un gaz parfait (avec R constante des gaz parfaits = 8,314 J/K et M masse molaire de l'air = 28g/mol), il vient :

$$PdV = -(RT/M\rho)d\rho$$

$$d\rho = dP/(RT/M) - \rho dT/T$$

$$\text{soit : } PdV = - dP/\rho + (R/M)dT$$

Par ailleurs, pour un gaz parfait la relation de Mayer relie les chaleurs spécifiques à volume et pression constantes : $c_p - c_v = R/M$. Il s'ensuit que, avec les relations précédentes, la quantité de chaleur échangée s'écrit :

$$\delta Q = c_p dT - dP/\rho$$

Or, si la parcelle d'air suit un déplacement adiabatique, on a $\delta Q = 0$, et donc, puisque $P = \rho(R/M)T$:

$$d\left(\ln\left(T P^{-\frac{R}{M c_p}}\right)\right) = 0 \quad (21)$$

La relation (21) suggère d'introduire la **température potentielle** θ : c'est la température qu'aurait au sol une parcelle d'air ramenée adiabatiquement au sol depuis une altitude où elle était dans l'état thermodynamique (T, P) . En désignant par P_0 la pression atmosphérique au sol (environ 1000 hPa), la relation (21) donne :

$$\theta P_0^{-R/M c_p} = T P^{-R/M c_p}$$

c'est-à-dire, la température potentielle pour une parcelle d'air sec est :

$$\theta(P, T) = T \left(\frac{P_0}{P} \right)^{\frac{R}{M c_p}} \quad (22)$$

elle dépend seulement de la température et de la pression atmosphériques, quantités aisément mesurables. Pour l'air sec, l'exposant vaut $R/Mc_p = 0,286$ (car $c_p = 1005$ J/K/kg).

Exemple : une parcelle d'air initialement à une altitude où règnent la pression $P = 300$ mbar et une température $T = -60^\circ\text{C} = 213$ K, est ramenée de manière adiabatique au sol où elle acquiert une température $\theta = 300$ K = 27°C (température potentielle).

(22) montre que la température potentielle est une quantité invariante lors du déplacement adiabatique d'une parcelle d'air, autrement dit son gradient est nul : $\partial\theta/\partial z = 0$.

Il reste à montrer comment l'accélération de la parcelle d'air, et donc la stabilité de l'atmosphère, sous l'action de la flottabilité, est reliée au gradient de la température potentielle. L'invariance de θ va nous servir pour expliciter le gradient adiabatique et donc les conditions de stabilité de l'atmosphère. En effet, à partir de (22) le gradient de θ s'écrit :

$$\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{R}{M c_p} \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial z}$$

Lorsque le gradient de température de l'atmosphère est égal au **gradient adiabatique**, le changement est adiabatique, et par conséquent le gradient de température potentielle est nul, on a donc :

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{adiab} = \frac{R}{M c_p} \frac{T}{P} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (23)$$

et le gradient de température potentielle en condition quelconque est :

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\theta}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial z} - \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{adiab} \right) \quad (24)$$

Il mesure l'écart de l'atmosphère par rapport à une transformation adiabatique. Compte tenu de la définition (23) pour le gradient adiabatique, et de l'expression générale (24) du gradient de température potentielle, la flottabilité de la parcelle d'air se ré-exprime à partir de (20) par :

$$a = \frac{dw}{dt} = \frac{1}{T} \left(\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{adiab} - \frac{\partial T}{\partial z} \right) g \delta z = - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} g \delta z \quad (25)$$

(25) permet alors de reformuler les conditions de stabilité de l'atmosphère selon le signe du gradient de la température potentielle :

- atmosphère stable : $\partial \theta / \partial z > 0$ (la température potentielle croît avec l'altitude)
- atmosphère instable : $\partial \theta / \partial z < 0$ (la température potentielle diminue avec l'altitude)
- atmosphère neutre : $\partial \theta / \partial z = 0$ (l'atmosphère est adiabatique)

Autrement dit, les critères de stabilité sont :

- Si, en *valeur algébrique* (resp. en *valeur absolue*), le profil vertical de température diminue avec l'altitude plus fortement (resp. plus faiblement) que le gradient adiabatique de l'air sec, donc si la température potentielle augmente avec l'altitude (relation (25)), la force de flottabilité sur la parcelle d'air est une force de rappel qui tend à ramener cette parcelle à la position initiale d'équilibre : l'atmosphère est dans un équilibre stable (fig.4).
- Si, en *valeur algébrique* (resp. en *valeur absolue*), le profil vertical de température diminue avec l'altitude plus faiblement (resp. plus fortement) que le gradient adiabatique de l'air sec, donc si la température potentielle diminue avec l'altitude (relation (25)), la force de flottabilité sur la parcelle d'air est une force de même signe que le déplacement, donc la parcelle s'éloigne de plus en plus de la position initiale d'équilibre : l'atmosphère est dans un équilibre instable.
- Si, en *valeur algébrique*, le profil vertical de température diminue avec l'altitude avec le même taux que le gradient adiabatique de l'air sec, donc si la température potentielle reste inchangée avec l'altitude (relation (25)), la force de flottabilité sur la parcelle d'air est nulle donc cette parcelle reste sur la nouvelle position d'équilibre : l'atmosphère est dans un équilibre neutre.

Dans le cas d'un équilibre hydrostatique, le **gradient adiabatique de l'air sec** s'explique simplement. En effet, de : $\partial P / \partial z = -\rho g$, on tire de (23) :

$$\Gamma = \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{adiab} = - \frac{g}{c_p} < 0 \quad (26)$$

il est négatif, ce qui signifie une diminution adiabatique de la température avec l'altitude, qui vaut : - 9,8 °C/km. Or les observations montrent un gradient moyen de température de l'atmosphère de l'ordre de $\partial T / \partial z = -7^\circ\text{C/km}$ qui est algébriquement supérieur à $\Gamma = -9,8^\circ\text{C/km}$. On est donc dans le cas de l'atmosphère stable s'il était constitué uniquement d'air sec. Autrement dit, l'atmosphère est stable en convection sèche. Si tel était toujours le cas, il n'y

aurait aucun transport convectif qui permettrait l'échange de chaleur entre les zones inférieures et supérieures de la troposphère. Pourtant un tel échange est observé et il est possible grâce au fait que l'atmosphère contient de l'air humide. On montre en effet que la condensation de la vapeur d'eau atmosphérique, aux altitudes qui correspondent au point de rosée, libère la chaleur latente de condensation qui va induire des conditions d'instabilité atmosphérique, permettant alors le brassage thermique selon la verticale dans l'atmosphère.

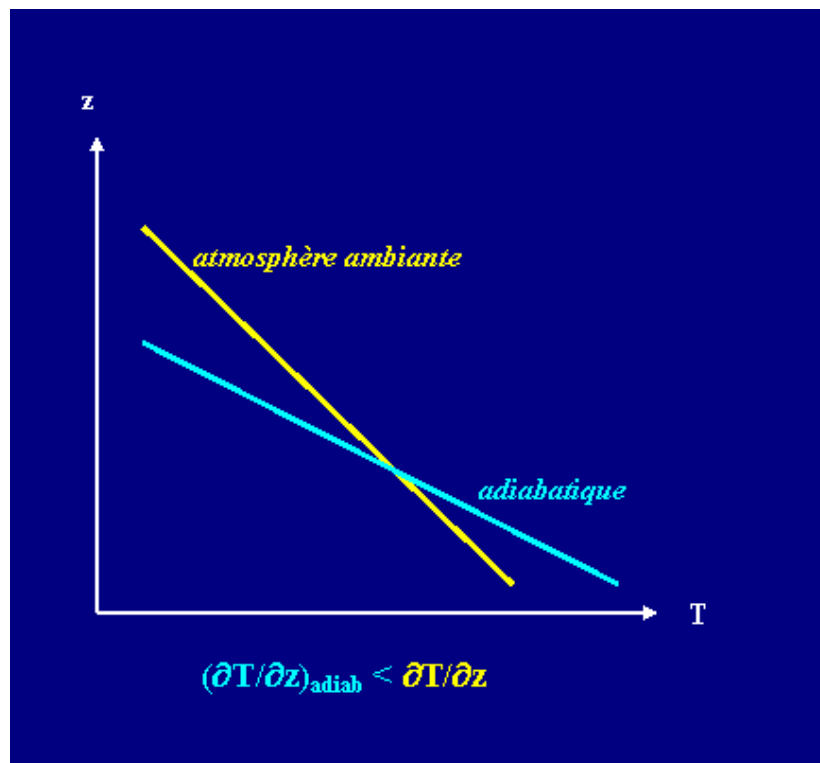


figure 4 – atmosphère sèche en condition stable

2-3 - L'atmosphère sous conditions stables : ondes de Brunt-Vaisala

Retournons à l'équation du mouvement vertical de la parcelle d'air sec dans une atmosphère de gradient de température $\partial T/\partial z$, donnée par (25). La parcelle d'air s'est déplacée d'une distance δz avec une accélération $a = d^2\delta z/dt^2$.

Si la parcelle d'air est à chaque instant en équilibre hydrostatique avec l'atmosphère environnante, on a vu que le gradient adiabatique est donné par (26). L'équation du mouvement devient alors :

$$\frac{d^2\delta z}{dt^2} + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial z} - \Gamma \right) g \delta z = 0$$

avec $\Gamma = -g/c_p < 0$. Si $\partial T/\partial z > \Gamma$, l'atmosphère exerce sur la parcelle d'air une force de rappel qui tend à la ramener à son état d'équilibre initial, et la parcelle d'air a un mouvement oscillatoire autour de lui avec une fréquence N telle que :

$$N^2 = \frac{g}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial z} - \Gamma \right) > 0 \quad (27)$$

N est appelée **fréquence de flottabilité ou de Brunt-Vaisala**. On est bien dans les conditions de stabilité $\partial T/\partial z > (\partial T/\partial z)_{\text{adiab}} = \Gamma = -9,8^\circ\text{C/km}$, ce qui est le cas pour le gradient observé de l'atmosphère $\partial T/\partial z = -7^\circ\text{C/km}$ (qui est bien $> -9,8^\circ\text{C/km}$). Les solutions sont alors du type,

comme pour un oscillateur harmonique :

$$\delta z(t) = Z_1 \cos Nt + Z_2 \sin Nt$$

En revanche, si $\partial T / \partial z < \Gamma$, la parcelle d'air s'écarte exponentiellement de sa position d'équilibre initiale, on est en condition instable : l'équation du mouvement s'écrit :

$$\frac{d^2 \delta z}{dt^2} - A^2 \delta z = 0$$

avec :

$$A^2 = \frac{g}{T} \left(\Gamma - \frac{\partial T}{\partial z} \right) > 0$$

de solutions :

$$\delta z(t) = Z_1 \cosh At + Z_2 \sinh At$$

En situation de stabilité, la force de rappel qui résulte d'une atmosphère stratifiée peut conduire à des ondes dites **ondes de gravité interne**, ou de Brunt-Vaisala.

Evaluation numérique de N :

avec une température de l'atmosphère de l'ordre de $T = 273\text{K}$, un gradient de température de l'atmosphère $dT/dz = -7^\circ\text{C/km}$, et un gradient adiabatique $\Gamma = -9,8^\circ\text{C/km}$, la fréquence est environ :

$$N = \sqrt{\frac{g}{T} \left(\frac{dT}{dz} - \Gamma \right)} = \sqrt{\frac{9,8}{273} (9,8 - 7) \cdot 10^{-3}} = 10^{-2} \text{ s}^{-1} \rightarrow \text{période : } T = \frac{2\pi}{N} = 628 \text{ s} \approx 10 \text{ mn}$$

Ainsi, dans une atmosphère stable et sèche, les couches d'air pulsent verticalement avec une période de plusieurs minutes. Ces ondes internes peuvent être matérialisées par des bandes régulières de nuages. En présence d'un vent de profil de vitesse uniforme, chaque parcelle d'air se déplace horizontalement, tout en étant soumise à des oscillations verticales autour de sa position d'équilibre initiale. Si au cours de sa phase d'ascension la parcelle d'air atteint une température suffisante pour condenser le peu d'humidité qu'elle contient, elle donne un nuage. Mais la durée de vie de ce nuage est limitée car dans la phase de descente la parcelle d'air retrouve sa température initiale. Au cours de son déplacement horizontal elle cède sa place à une autre parcelle d'air de même altitude qui recrée un nuage, et ainsi de suite.

Vue du sol, cette succession de créations et de disparitions de nuages au rythme de la période des oscillations, qui se déplacent horizontalement à cause du vent, donne l'aspect de bandes de nuages régulièrement espacées selon l'horizontale et pour une même altitude. Pour une autre altitude, la période d'oscillations change (puisque'elle dépend de la température atmosphérique régnant à cette altitude) et d'autres bandes sont observables.

En présence d'une montagne élevée, la parcelle d'air incidente est obligée de monter en altitude. Si elle atteint la température de condensation de la vapeur d'eau, elle forme au-dessus du sommet un nuage plat, de forme circulaire, appelé **nuage lenticulaire**. Mais comme la densité a augmenté (la température étant plus basse), sa flottabilité diminue et la parcelle d'air redescend de l'autre côté du sommet. L'arrivée de la parcelle d'air immédiatement voisine au niveau du sommet fait que le nuage lenticulaire semble maintenu car remplacé par la vapeur condensée de cette nouvelle parcelle. En outre, au-dessus de la parcelle d'air des couches plus

élevées sont soumises aux oscillations dues aux ondes de gravité : elles oscillent autour de leurs altitudes d'équilibre, par conséquent, en moyenne, les distances qui les séparent se conservent. Il s'ensuit que les couches supérieures suivent le même mouvement au-dessus de la montagne, créant ainsi un empilement de vagues. Par ailleurs, du fait de la présence de la montagne, le profil de vitesse du vent n'est plus uniforme : les couches supérieures se déplacent plus vite que celles inférieures. Les trains de vagues des couches élevées seront donc décalés par rapport à ceux des couches plus basses. Ce phénomène s'appelle **ondes de montagne**. Voir figure 4.

Avec une atmosphère très sèche, aucune condensation n'est possible et ce type de phénomènes (bandes nuageuses, nuage lenticulaire, ondes de montagne) ne s'observent pas.

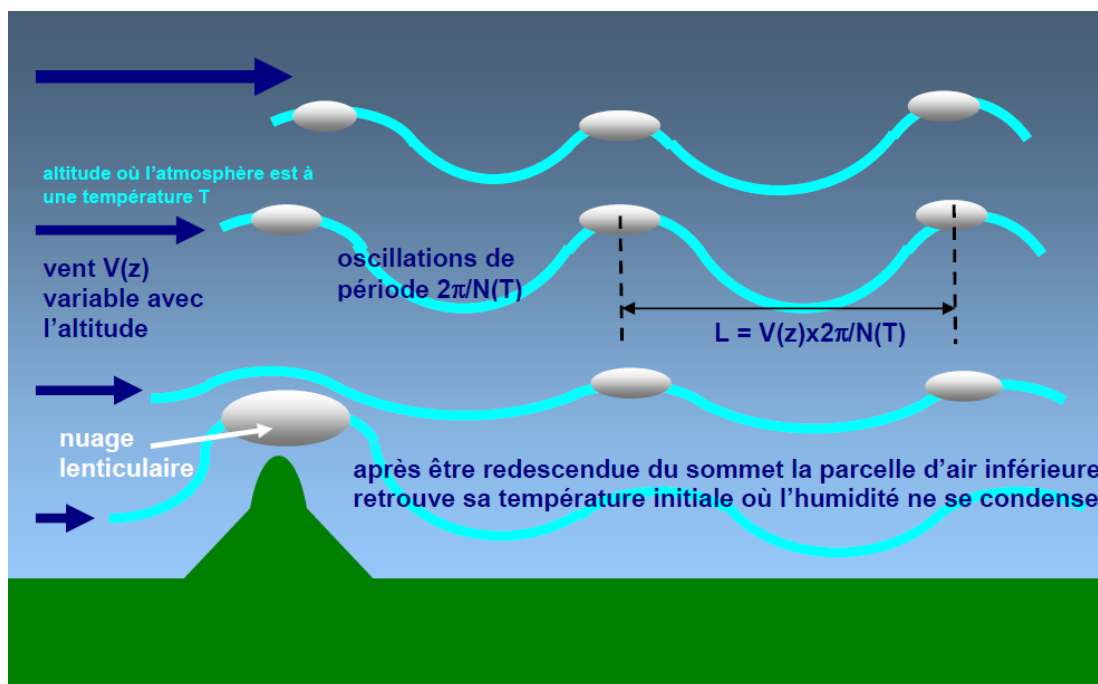


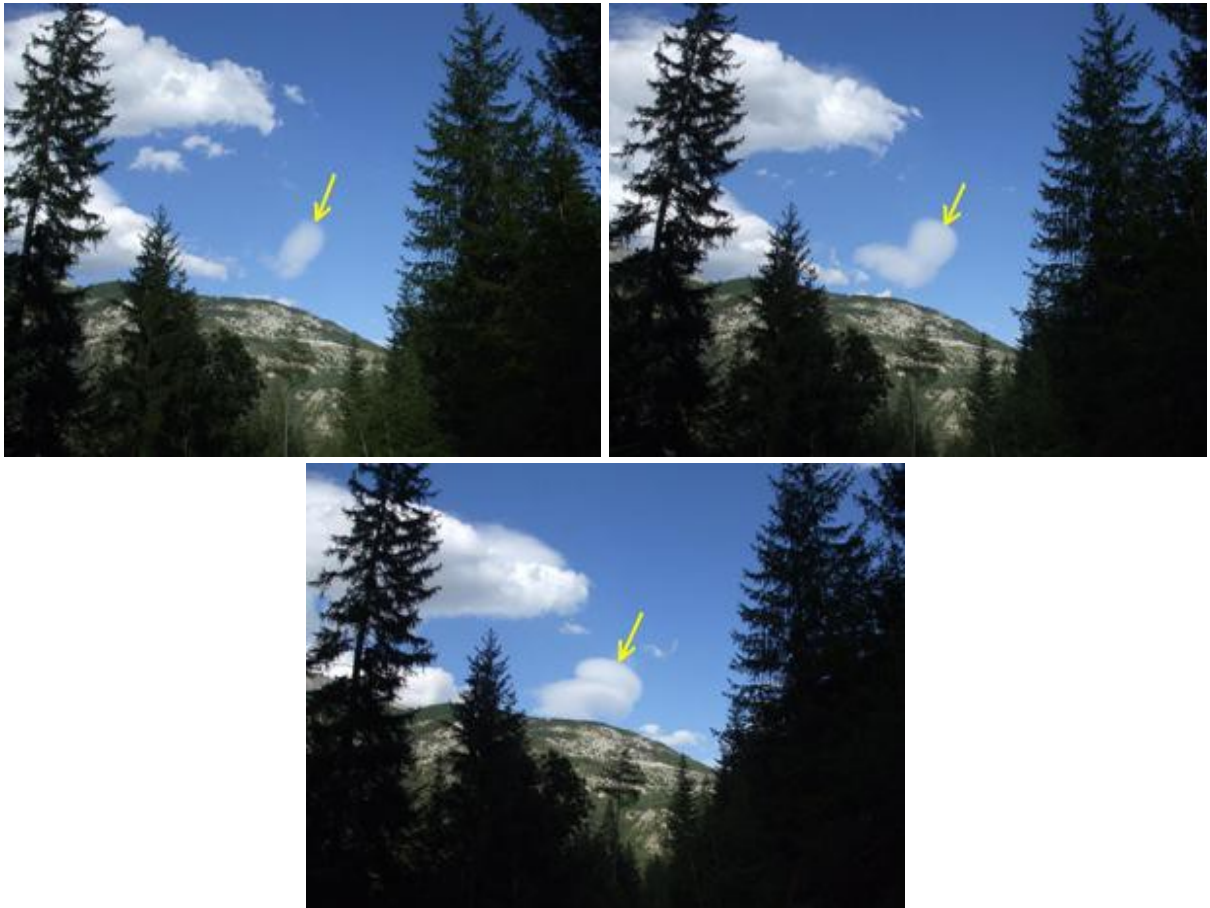
figure 4 – Oscillations de Brunt-Vaisala et formation des ondes de montagne



photo 1 – ondes de gravité interne à Jausiers, au-dessus du pic du Siguret, Alpes de Haute Provence
(photo : Frédéric Élie, août 2008)



*photo 2 – nuage double lenticulaire au-dessus d'un cumulus
La Fresqui re, Alpes de Haute Provence, vallée de l'Ubaye
(photo : F. Élie, août 2008)*



*photo 3 – naissance et développement d'un nuage lenticulaire en une ou deux minutes environ : la
parcelle d'air, légèrement chargée en humidité, monte au-dessus du sommet de la montagne et atteint
une altitude où sa nouvelle température permet la condensation (photos : F. Élie, août 2008, La
Fresqui re, vallée de l'Ubaye, Alpes de Haute Provence)*

2-4 - Phénomène d'inversion

On a vu que la condition de stabilité s'écrit indifféremment $\partial T / \partial z > (\partial T / \partial z)_{\text{adiab}}$ ou $\partial \theta / \partial z > 0$, où

T est la température de l'atmosphère à une altitude z, $(\partial T/\partial z)_{\text{adiab}}$ le gradient adiabatique de température et θ la température potentielle correspondant à la température T(z). Dans la plupart des cas, la température de l'atmosphère diminue avec l'altitude. Il existe cependant des situations où T(z) augmente avec l'altitude ($\partial T/\partial z > 0$) : on dit que l'on est en **situation d'inversion**. De telles situations sont très stables, beaucoup plus que celles où T diminue avec z, au point que, du fait de l'importance des forces de rappel que l'atmosphère exerce sur les parcelles d'air, l'atmosphère oppose une forte résistance à tout mouvement d'air vertical. Il en résulte que l'air située dans la couche d'inversion, près du sol, y reste piégé parce qu'aucun mouvement turbulent ou de convection ne peut vaincre la résistance de l'atmosphère située au-dessus de cette couche. Parmi les conséquences il y a la présence de brouillards persistants ou le maintien de la pollution (notamment les pics d'ozone) près du sol par manque de phénomène de brassage.

Deux principales situations conduisent au phénomène d'inversion :

- Lors des nuits d'hiver sans vent et sans couverture nuageuse : le sol se refroidit par rayonnement thermique et, par conduction thermique, les couches les plus proches du sol (quelques centaines de mètres) se refroidissent à son contact. Au-delà d'une certaine altitude l'atmosphère retrouve ensuite une évolution de la température avec l'altitude suivant un gradient négatif $\partial T/\partial z < 0$, conformément au profil thermique diurne. Mais à cette altitude, la température de l'atmosphère est plus grande que celle qui règne dans les premières centaines de mètres : il y a donc un saut de température à très fort gradient positif entre les couches inférieures et l'atmosphère située au-delà de la frontière qui les délimite. la condition de stabilité y est donc très fortement assurée (figure 5). A noter que l'inversion s'autoalimente : par l'absence d'échange avec l'atmosphère située au-dessus, les couches situées près de la surface continuent de se refroidir, et l'inversion s'amplifie.
- Dans les zones subtropicales soumises aux vents alizés, les basses couches, sur une épaisseur variant de 400 à 2000 mètres, sont soumises à des gradients thermiques positifs du fait d'un réchauffement adiabatique de l'air. L'air, et tout ce qu'il contient (polluants...) se trouve donc fortement piégé dans cette couche, et le piégeage est renforcé par les effets de cuvette dus à la présence des montagnes qui entourent la zone. De nombreuses villes des régions subtropicales se retrouvent ainsi victimes de chaleur humide et de pollution persistante (Shanghai, Le Caire, Rio, Lima, Los Angeles, Le Cap...)

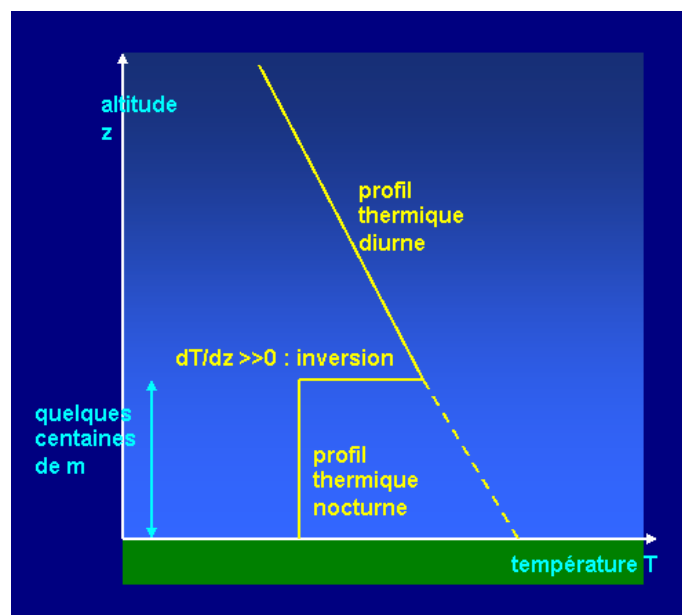


figure 5 – inversion thermique suite au refroidissement radiatif nocturne du sol

2-5 - Convection humide, son rôle dans le transport vertical

C'est dans les zones d'intense convection développée que se produisent les mouvements ascendants de l'air atmosphérique et que, par conséquent, est assuré le transport vertical et rapide des particules et aérosols qui y sont présents.

Nous avons vu précédemment les mécanismes simplifiés de la convection dans le cas de l'air sec et nous avons vu qu'elle est souvent proche des conditions d'équilibre stable : ses mouvements verticaux sont donc limités, et donc la convection sèche joue un rôle marginal dans le transport vertical de l'énergie.

Le cas est différent pour la convection qui s'accompagne des changements de phase de l'eau présente dans l'atmosphère (condensation, vaporisation), c'est-à-dire la **convection humide**. Nous allons voir qu'elle engendre des situations d'instabilité convective et que celles-ci sont dues à la **libération de la chaleur latente** lors de la condensation de la vapeur d'eau contenue dans une parcelle d'air humide ascendant ⁽¹⁾. L'instabilité du mouvement convectif est alors le moteur du transport vertical de l'énergie dans la troposphère, contribuant ainsi à une redistribution de l'énergie et des compositions chimiques à toutes les échelles verticales, entre la surface du sol et le sommet de la troposphère. La **convection profonde**, c'est-à-dire dont les mouvements s'étendent sur l'épaisseur de la troposphère, est principalement matérialisée par les cumulonimbus : l'échange entre leurs bases près de la surface et leurs sommets, voisins de la tropopause, est si important que des observations ont montré que la concentration des polluants à ces deux extrémités était comparable (l'épaisseur d'un cumulonimbus est de 10 km environ).

Sans la convection profonde, qui repose principalement sur les phénomènes de convection humide, la composition chimique et particulaire de la troposphère resterait fortement stratifiée, aucun échange entre la surface du sol et la haute troposphère ne serait possible, les polluants et aérosols resteraient confinés près du sol, et aucune précipitation issue des nuages convectifs ne permettrait la dissolution des polluants solubles comme les acides sulfurique, nitrique, etc. Elle a un rôle majeur dans le cycle de l'eau. Elle est donc vitale pour l'environnement.

L'explication qualitative de l'instabilité convective de l'air humide est la suivante.

Une parcelle d'air humide s'élevant dans l'atmosphère (à cause par exemple d'un mouvement convectif sec) contient une humidité spécifique (on verra la définition plus loin). Or il y a condensation lorsque cette humidité spécifique devient égale à l'humidité spécifique saturante qui dépend surtout de la température et très peu de la pression. Comme la température varie avec l'altitude, il s'ensuit que l'humidité spécifique saturante varie avec l'altitude. Par conséquent, lors de son ascension, l'humidité spécifique de la parcelle d'air finit par devenir égale à sa valeur saturante pour une altitude donnée : le **niveau de condensation**, et la vapeur d'eau condense en minuscules gouttelettes d'eau liquide ; il y a formation d'un nuage.

La condensation s'accompagne toujours du dégagement de chaleur, la chaleur latente de condensation, négative et opposée à la chaleur latente de vaporisation qui dépend de la pression, et donc de l'altitude. Ce dégagement de chaleur entraîne une diminution de la masse volumique de la parcelle d'air, augmentant alors sa flottabilité. L'ascension de la parcelle d'air est donc accélérée : le mouvement convectif vertical est instable.

A partir du niveau de condensation, les nuages convectifs se forment et leur humidité spécifique reste égale à l'humidité spécifique saturante.

A cause de la chaleur fournie à la parcelle d'air humide lors de la condensation de la vapeur d'eau, la diminution de la température avec l'altitude est moins importante que pour le cas de l'air sec : le taux de variation de la température de l'air humide saturé avec l'altitude est appelé gradient adiabatique saturé et noté Γ_{sat} ; il est inférieur, en valeur absolue, au gradient adiabatique de l'air sec Γ_{sec} qui, dans le cas de l'hypothèse hydrostatique, est égal à (26) :

$|\Gamma_{\text{sat}}| = |dT/dz|_{\text{sat}} < |\Gamma_{\text{sec}}| = |dT/dz|_{\text{sec}}$. Pour les couches inférieures de la troposphère, les observations montrent que l'on a environ : $|\Gamma_{\text{sat}}| = |\Gamma_{\text{sec}}|/3$, et pour les couches supérieures il y a pratiquement égalité entre les deux gradients.

Si le déplacement vertical d'une parcelle d'air humide au-dessus du niveau de condensation n'est pas très important, la parcelle d'air humide retourne à sa position d'équilibre. A l'inverse, s'il est important, à cause de la diminution de la densité consécutive à la chaleur de condensation, la parcelle acquiert de plus en plus de flottabilité positive ; au-delà d'un certain seuil, appelé **niveau de convection libre**, elle peut atteindre des altitudes très élevées, jusqu'aux limites de la troposphère.

L'intensité de la convection de l'air humide dépend donc :

- du profil de température dans la troposphère ;
- de l'humidité atmosphérique ;
- de la température à la surface du sol.

La convection sera d'autant plus intense que l'écart entre la température au sol, plus chaude, et celle aux couches supérieures, plus froide, est important. Il y a deux façons d'obtenir cet écart : soit la surface se réchauffe (comme en fin des après-midi d'été), soit l'air des couches de haute altitude se refroidit (cas du passage d'un front froid).

Lorsqu'une parcelle d'air humide est saturée d'humidité, elle s'élève jusqu'à une altitude où la condensation se produit (niveau de condensation). Au-dessus de ce niveau de condensation, sa température diminue selon un gradient adiabatique saturé, plus faible en valeur absolue que le gradient adiabatique sec. La parcelle d'air monte jusqu'à une altitude où la parcelle d'air humide devient plus froide que l'atmosphère environnante : la flottabilité s'annule (**niveau de flottabilité neutre**). Le niveau de flottabilité neutre marque la limite supérieure des nuages de convection (tandis que le niveau de condensation marque leur base).

La condensation de la vapeur d'eau dans l'atmosphère nécessite des **noyaux de condensation** : petites particules de poussière, de sels, aérosols, etc. autour desquelles se forment des gouttelettes d'eau liquide. Au début, celles-ci sont si petites qu'elles restent en suspension dans le nuage, elles ne tombent pas. Les conditions d'une précipitation (pluie, neige, grêle) sont réunies si des phénomènes permettent à ses gouttelettes de grossir et/ou de changer de phase (liquide/solide) : ce sont les phénomènes de collision des gouttelettes, de coalescence, de surfusion, etc.

Les nuages où se développe une convection peu intense sont principalement des cumulus de beau temps, ou des stratocumulus. Ils n'engendrent aucune précipitation parce que les gouttelettes d'eau n'ont pas le temps de grossir et d'atteindre une taille critique pour tomber. En revanche, pour des concentrations d'eau importantes, les nuages convectifs non seulement ont une extension verticale élevée dans la troposphère, et donc sont soumis à des écarts de température importants entre leur base et leur sommet, d'où une convection importante, mais encore sont le siège des phénomènes qui permettent aux gouttelettes de grossir jusqu'à atteindre la taille critique de chute : ces nuages donnent alors des précipitations souvent intenses ; il s'agit principalement des cumulonimbus. A l'intérieur de ces nuages, la vitesse d'ascension est en moyenne de 10 m/s. Leur section horizontale varie de 1 km² à 10 km².



*photo 4 : cumulus de beau temps (à gauche) et nuages convectifs intenses annonçant de fortes précipitations (à droite)
(photos : F. Élie, vallée de l'Ubaye, août 2008)*

Après ces généralités, nous pouvons maintenant développer la notion de gradient adiabatique saturé de température. Pour cela nous aurons besoin des définitions suivantes :

- **Humidité spécifique** : notée q elle est égale au rapport de la masse volumique de vapeur d'eau ρ_v contenue dans la parcelle d'air humide et de la masse volumique de cette parcelle d'air ρ :

$$q = \frac{\rho_v}{\rho} \quad (28)$$

- **Humidité spécifique saturante** : notée q^* , c'est l'humidité spécifique maximale atteinte avant la condensation. Lorsqu'une parcelle d'air humide a atteint une telle humidité,

l'adjonction d'une particule d'eau supplémentaire provoque la condensation de la vapeur saturante. L'air humide saturé est un mélange d'air sec et de vapeur saturée en eau, et on admet que ce mélange suit la loi des gaz parfaits. La pression totale de la parcelle d'air est P , la pression partielle de la vapeur saturante est e_S ; en vertu de la **loi de Dalton**, la pression partielle de l'air sec est donc égale à $(P - e_S)$. Si l'on désigne par ρ_S la masse volumique de la vapeur d'eau à la saturation $\rho_V = \rho_S$, l'humidité spécifique saturante est :

$$q^* = \frac{\rho_S}{\rho} \quad (29)$$

Utilisant la loi des gaz parfaits pour la vapeur saturante et le mélange, on a :

$$\rho_S(T) = \frac{M_V}{R} \frac{e_S(T)}{T} \quad \text{et} \quad \rho = \frac{M}{R} \frac{P}{T}$$

où M_V et M sont les masses molaires respectivement de la vapeur d'eau (donc de l'eau) et du mélange air sec + vapeur, pratiquement égal à celui de l'air sec puisque $e_S \ll P$. La constante des gaz parfaits est R . La définition (29) devient donc :

$$q^* = \frac{M_V}{M} \frac{e_S(T)}{P} \quad (30)$$

(30) montre que q^* dépend en général de la température T (puisque $e_S(T)$ diminue quand T diminue) et de la pression P de la parcelle d'air, ces quantités étant à leur tour fonction de l'altitude z . En général $P(z)$ diminue lorsque z augmente, il en est de même de $T(z)$: il s'ensuit que, a priori, $q^*(z)$ n'est pas forcément décroissante avec l'altitude z . En fait, l'expérience et la théorie montrent que la décroissance de $e_S(T)$, lorsque z augmente, est plus forte que la décroissance de P , donc que q^* diminue globalement lorsque l'altitude z augmente.

Cela a pour conséquence que, lorsqu'une parcelle d'air humide s'élève en altitude, tout en conservant une humidité spécifique q , elle finit par atteindre une altitude z_C , le niveau de condensation, où la température qui y règne est telle que l'humidité spécifique saturante $q^*(z_C)$ est égale à q : $q = q^*$. A ce niveau, tout excès de particule d'eau entraîne la condensation de la vapeur d'eau de la parcelle humide et l'on obtient un nuage convectif. L'altitude de la base de ce nuage est précisément z_C .

- **Humidité relative** : notée $u(T)$, elle est le rapport de l'humidité spécifique et de l'humidité spécifique saturante, exprimé en pourcentage :

$$u = \frac{q}{q^*(T)} \times 100\% \quad (31)$$

D'après ce qui précède, au niveau de condensation l'humidité relative est maximale et vaut $u(z_C) = 100\%$.

Pour calculer le gradient adiabatique saturé, nous aurons aussi besoin du résultat suivant :

PROPOSITION :

- La variation de température pour une transformation adiabatique d'un air sec est liée à sa variation de pression par :

$$c_p dT = \frac{dP}{\rho} \quad (32)$$

où c_p est la chaleur spécifique à pression constante, et ρ la masse volumique de l'air sec.

- Lorsque l'air est humide, lors de la condensation de sa vapeur d'eau la chaleur latente libérée est donnée par $\delta Q = -L dq^*$, et la variation de température ne suit plus la relation (32) mais est modifiée comme suit :

$$c_p dT = \frac{dP}{\rho} - L dq^* \quad (33)$$

DEMONSTRATION :

Le premier principe de la thermodynamique énonce que la variation de l'énergie interne d'un gaz est égale à la somme du travail de pression et de la quantité de chaleur échangée avec l'extérieur :

$$dU = PdV + \delta Q$$

et pour un gaz parfait, on sait que cette variation de dépend que de la variation de la température : $dU = mc_v dT$, où m est la masse du gaz, c_v sa chaleur spécifique à volume constant. On a donc : $dU = PdV + \delta Q = mc_v dT$.

Par ailleurs, le gaz suit la loi des gaz parfaits :

$$PV = \frac{m}{M} RT$$

où M est sa masse molaire. Il s'ensuit que la variation élémentaire de volume s'écrit :

$$dV = \frac{m}{M} R \left(\frac{dT}{P} - T \frac{dP}{P^2} \right)$$

le processus étant adiabatique, on a $\delta Q = 0$, la variation de l'énergie interne est donc :

$$mc_v dT = \frac{m}{M} R \left(dT - T \frac{dP}{P} \right)$$

En utilisant la relation de Robert Mayer entre les chaleurs spécifiques d'un gaz parfait :

$$c_p - c_v = R/M,$$

et en réécrivant l'équation des gaz parfaits à l'aide de la masse volumique $\rho = MP/RT$, la relation précédente donne la relation (32) :

$$c_p dT = \frac{dP}{\rho}$$

Considérons maintenant un gaz humide qui se condense. La chaleur latente libérée lors de la condensation est proportionnelle à la masse dm_s de la quantité d'eau qui s'est condensée dans le mélange :

$$\delta Q = -L dm_s \quad (L : \text{chaleur latente par unité de masse, en J/kg})$$

Cette quantité de chaleur due à la condensation doit être ajoutée à la relation (32) :

$$mc_p dT = mdP/\rho - L dm_s. \text{ Reste à expliciter la variation de la masse d'eau qui se condense } dm_s$$

à l'aide de l'humidité spécifique saturante. Or on a :

$$q^* = \rho_S / \rho \text{ avec } \rho_S = m_S / V$$

et donc :

$$dm_S = \rho V dq^* \text{ (puisque la masse } m = \rho V \text{ du mélange humide ne change pas)}$$

donc : $mc_p dT = mdP/\rho - mLdq^*$, soit, par unité de masse d'air humide :

$$c_p dT = dP/\rho - Ldq^*$$

qui est la relation (33) – **CQFD**

Nous sommes à même de calculer le gradient adiabatique saturé dans l'hypothèse d'une atmosphère en équilibre hydrostatique, c'est-à-dire vérifiant :

$$dP = -\rho g dz$$

(33) devient alors :

$$c_p dT = -g dz - L dq^* = -g dz - L (dq^*/dT) dT$$

ce qui donne :

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} - \frac{L}{c_p} \left(\frac{dq^*}{dT} \right) \frac{dT}{dz}$$

Le gradient adiabatique de l'air sec Γ_{sec} étant donné par (26), le gradient adiabatique saturé est finalement :

$$\left(\frac{dT}{dz} \right)_{sat} = \frac{\Gamma_{sec}}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{dq^*}{dT}} \leq \Gamma_{sec} \quad (34)$$

(34) montre que le gradient adiabatique saturé est plus petit que le gradient adiabatique de l'air sec. Contrairement à l'air sec, le gradient adiabatique saturé n'est pas constant puisque L et dq^*/dT dépendent des conditions thermodynamiques de l'atmosphère aux différentes altitudes. La valeur moyenne de $\Gamma_{sat} = (dT/dz)_{sat}$ est -7°C/km aux altitudes inférieures, puis avoisine celle de $\Gamma_{sec} = -10^\circ\text{C/km}$ aux altitudes plus élevées et où l'humidité est plus faible.

En reprenant le même type de raisonnement et de calcul pour la flottabilité d'une parcelle d'air, dans le cas humide, que pour le cas de l'air sec, les critères d'instabilité se réécrivent pour la convection humide :

- **atmosphère stable** : $(\partial T/\partial z)_{sat} < \partial T/\partial z \rightarrow$ accélération $dw/dt < 0$ pour $\delta z > 0$ (l'air ralentit en montant) ou $dw/dt > 0$ pour $\delta z < 0$ (l'air accélère en descendant)
- **atmosphère instable** : $(\partial T/\partial z)_{sat} > \partial T/\partial z \rightarrow$ accélération $dw/dt < 0$ pour $\delta z < 0$ (l'air ralentit en descendant) ou $dw/dt > 0$ pour $\delta z > 0$ (l'air accélère en montant). l'atmosphère est instable si sa température. Cette condition se nomme **instabilité conditionnelle**, car elle dépend de la saturation de l'air en humidité.
- **atmosphère neutre** : $(\partial T/\partial z)_{sat} = \partial T/\partial z \rightarrow$ accélération $dw/dt = 0$ (l'air monte ou descend à vitesse constante ou est immobile). L'altitude où la neutralité est atteinte est appelée niveau de flottabilité neutre, et marque le sommet des nuages de convection profonde (sommet des cumulonimbus vers 10 à 11 km). Remarquons que, en général, comme on

l'a vu plus haut, le gradient de température de la troposphère est de l'ordre de $-7^{\circ}\text{C}/\text{km}$, donc quasiment identique au gradient adiabatique saturé. Cela signifie que la troposphère est proche de la neutralité vis-à-vis de la convection humide. C'est lorsque le gradient de température de la troposphère devient localement plus grand en valeur algébrique (donc plus petit en valeur absolue) que le gradient adiabatique saturé que la parcelle d'air humide prend un régime convectif.

CONVECTION DE L'AIR SEC - Considérons une parcelle d'air sec très proche de la surface du sol. Par suite du rayonnement thermique de la terre (qui s'effectue dans le domaine infrarouge) la température du sol, qui correspond à l'équilibre radiatif (décrit par la **loi de Stefan**), est plus élevée que celle de l'air situé au-dessus. On est donc dans la situation où la convection apparaît : surface inférieure plus chaude que les couches supérieures. La parcelle d'air monte en altitude et sa température décroît avec l'altitude de manière adiabatique (conservation de la température potentielle). Au début, cette diminution se fait avec un gradient adiabatique sec Γ_{sec} tant que les déplacements de la parcelle d'air sont petits (rappelons que $\Gamma_{\text{sec}} = -9,8^{\circ}\text{C}/\text{km}$ en moyenne), et comme le gradient de température de l'atmosphère ambiante est $\partial T/\partial z > \Gamma_{\text{sec}}$ (en valeur algébrique) on est en configuration stable. Mais pour des déplacements importants la température de la parcelle d'air diminue moins rapidement avec l'altitude que Γ_{sec} . Elle finit alors par devenir égale à la température de l'atmosphère environnante à une certaine altitude, notée z_{max} , où donc la flottabilité s'annule. La convection sèche a donc lieu entre $z = 0$ et z_{max} , et cette couche ne contient pas de nuage. Pour l'air sec, en l'absence de condensation, l'épaisseur de la couche où se produit la convection sèche dépend seulement de la température à la surface du sol T_0 : si celle-ci est élevée, l'altitude z_{max} sera d'autant plus grande (figure 6).

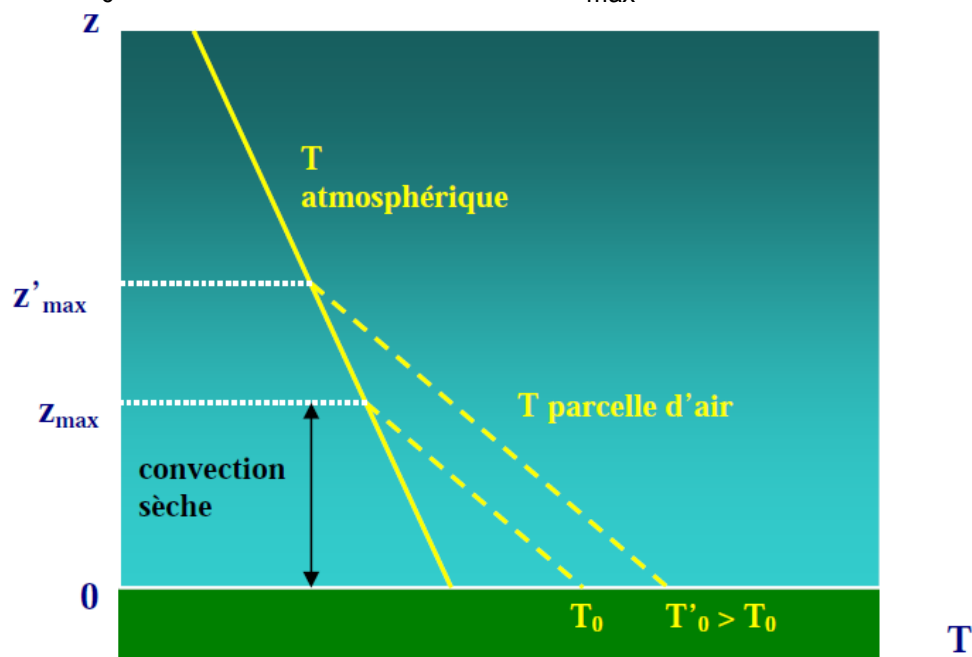


figure 6 – convection sèche

CONVECTION DE L'AIR HUMIDE – Le mouvement de l'air humide, par rapport au cas précédent de l'air sec, est différent. Lorsqu'une parcelle d'air humide s'élève depuis la surface du sol, au début sa température diminue avec l'altitude suivant le gradient adiabatique sec parce qu'elle n'est pas encore saturée en humidité. Lorsqu'elle atteint le niveau de condensation, c'est-à-dire l'altitude z_C telle que sa température devienne égale à la température de condensation T_C , la saturation se produit et le moindre apport supplémentaire d'eau dans la parcelle provoque la condensation de la vapeur d'eau qu'elle contient : le nuage se forme alors à cette altitude. Au-dessus de z_C , la température de la parcelle d'air humide saturé diminue alors suivant le gradient adiabatique saturé, de manière moins rapide que celui de l'air sec (relation (34)),

jusqu'à une altitude $z_{\max}$ où la température de la parcelle d'air devient égale à celle de l'atmosphère environnante : à cette altitude maximale la flottabilité est neutre et le nuage convectif atteint sa hauteur maximale (puisqu'au-delà il n'y a plus de convection). Comme dans le cas de la convection sèche, $z_{\max}$ sera d'autant plus élevée que l'air près de la surface est chaud. Mais la présence d'humidité dans l'air détermine aussi cette altitude maximale : si l'humidité est importante près du sol, il y aura une quantité d'eau condensée d'autant plus importante au-dessus du niveau de condensation z_C , et donc un dégagement de chaleur plus élevé dans l'atmosphère environnante qui ralentira d'autant plus la diminution de la température avec l'altitude. Le gradient adiabatique saturé sera alors plus faible, et par conséquent l'atteinte de la neutralité aura lieu pour des altitudes $z_{\max}$ plus grandes. Autrement dit, un air fortement humide près du sol détermine une hauteur de nuage convectif plus élevée. Ainsi, au voisinage du sol, température et humidité vont dans le même sens : plus elles sont grandes, plus le sommet du nuage est haut (voir figure 7).

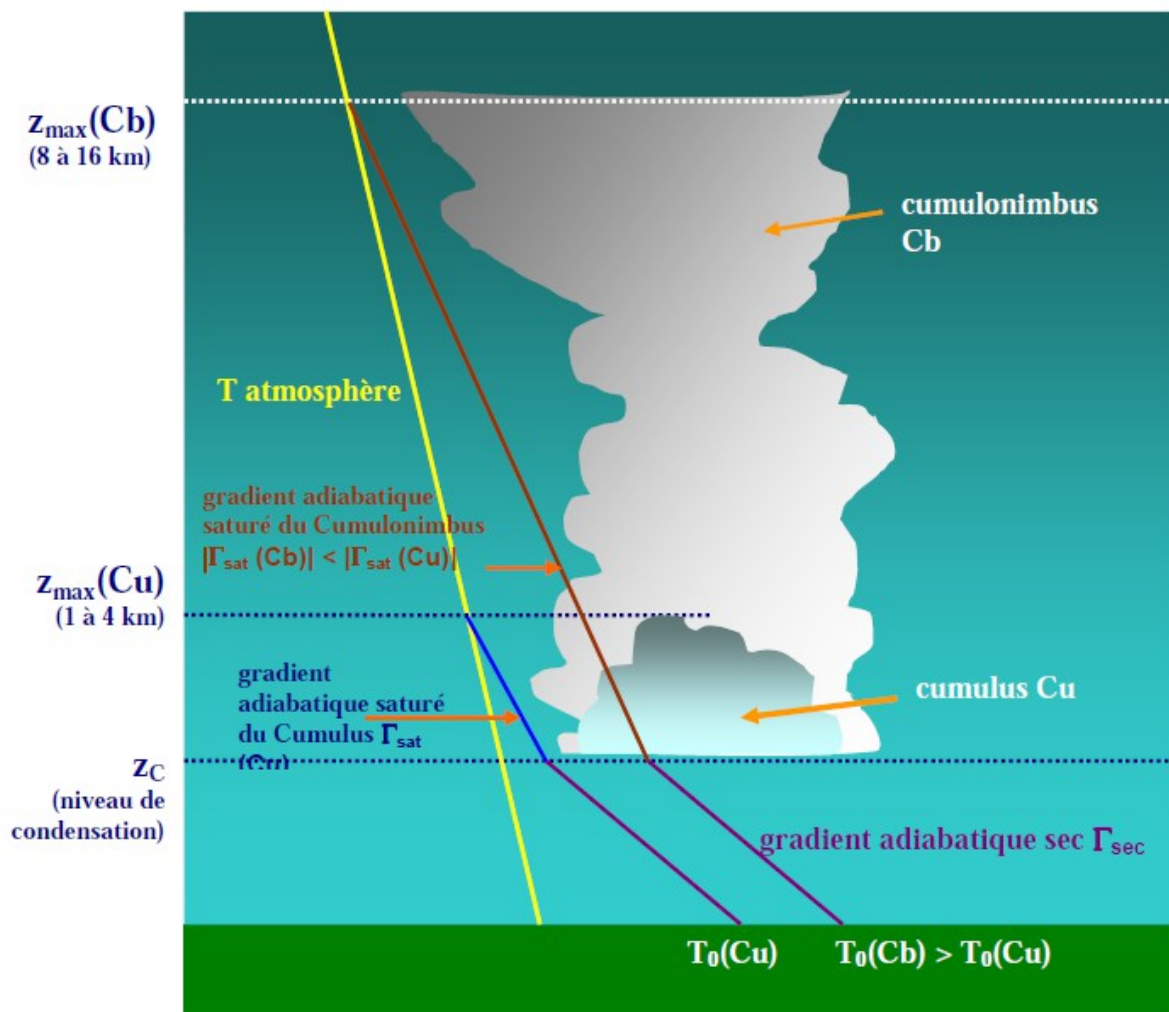


figure 7 – convection humide, comparaison du cumulus (Cu) et du cumulonimbus (Cb): en supposant que le niveau de condensation reste le même, les sommets des nuages sont à des altitudes très différentes, celui du Cumulus est de l'ordre de 1 à 4 km, et marque une convection limitée, celui du Cumulonimbus est de l'ordre de 8 à 16 km (10 km en moyenne) et marque une convection profonde. Le gradient adiabatique saturé est normalement moins prononcé pour le Cb que pour le Cu, si l'on admet que les températures et les humidités au sol sont plus élevées au-dessous du premier qu'au second.

Le sommet des nuages convectifs permet de renseigner sur la nature de la convection qui s'y développe, grâce à la mesure de leur température d'émission. En effet, plus le nuage est épais et son sommet élevé (tel le cumulonimbus), plus la température du rayonnement thermique émis (OLR : *outgoing longwave radiation*) est petite, puisque la vapeur d'eau absorbe une

grande proportion du rayonnement infrarouge émis par la surface de la Terre, qui rayonne comme un corps noir selon la **loi de Planck**. Cette température est détectée par les satellites.

3 – Couche-limite atmosphérique

3-1 - Couche-limite et turbulence

L'air atmosphérique au contact de la surface terrestre est contraint à l'immobilité, et l'air atmosphérique suffisamment éloigné de la surface peut se déplacer librement parce que ses molécules ne sont plus gênées par elle. Entre ces deux limites se trouve donc une couche de l'atmosphère où la vitesse de l'air varie de zéro, au voisinage de la surface, à une vitesse finie correspondant à l'écoulement libre : c'est la **couche-limite atmosphérique** (CLA). Au-dessus de la CLA, l'atmosphère est dit **libre**, et les mouvements de l'air sont ceux du vent géostrophique, c'est-à-dire déterminé par l'équilibre de la pression et des forces de Coriolis (voir équations (15) et (16)).

Sur l'épaisseur de la couche-limite les effets de viscosité, qui traduisent la résistance aux déplacements moléculaires, affectent le profil de vitesse. La résistance au déplacement se manifeste par des effets de cisaillement de vitesse au voisinage de la surface qui peut être source de turbulence. A l'intérieur de la couche-limite, l'évolution des tourbillons s'effectue avec une échelle de temps, un temps de réponse, relativement bref : de l'ordre de l'heure. Et son épaisseur, suivant les conditions de surface, les latitudes, les conditions thermodynamiques, peut varier de quelques centaines de mètres à quelques kilomètres.

Entre la surface terrestre et l'air de la CLA deux types d'échanges thermiques et dynamiques ont lieu :

- d'une part, les échanges qui impliquent des déplacements à l'échelle des molécules, comme la conduction thermique ou la viscosité. Leurs portées sont très courtes.
- d'autre part, les échanges qui se traduisent par des mouvements d'ensemble de parcelles d'air : les transports turbulents de petite échelle. Ces échanges sont plus énergétiques que les échanges aux échelles moléculaires. Un de leurs moteurs principaux est l'instabilité de flottabilité qui conduit à des mouvements convectifs turbulents, impliquant des tourbillons dont les tailles caractéristiques (leurs « longueurs d'onde ») varient du kilomètre (épaisseur de la CLA) au millimètre (frottements et dissipations moléculaires). Les tourbillons ont pour effet de transférer les quantités de mouvement du fluide vers la surface (qui est un « puits » de quantité de mouvement), ainsi que la chaleur et l'humidité de la surface vers le fluide, via des tourbillons aux échelles caractéristiques différentes (« cascades » d'énergie).

L'existence du flux de chaleur turbulent entre la surface et la CLA est responsable de la variation du champ de température des couches inférieures de l'atmosphère. Ce n'est pas directement le rayonnement solaire, variant avec l'alternance des nuits et des jours, qui est responsable de cette variation : en effet, ce flux solaire est pratiquement absorbé dans sa totalité par la surface terrestre, laquelle, en vertu de l'équilibre radiatif, rayonne de l'énergie thermique dans le domaine infrarouge. Ce qui produit la variation de la température dans la CLA, c'est la variation du flux turbulent de chaleur produite au niveau de la surface, de la manière suivante :

- ☐ le jour, la surface est chauffée par le rayonnement solaire, et le transfert turbulent de chaleur issue de la surface réchauffe l'air de la CLA ;
- ☐ la nuit, en l'absence de flux solaire incident, la surface se refroidit et le transfert turbulent de chaleur vers la CLA n'a pas lieu.

La figure 8 montre un exemple de variation du profil de température dans la CLA en une journée.

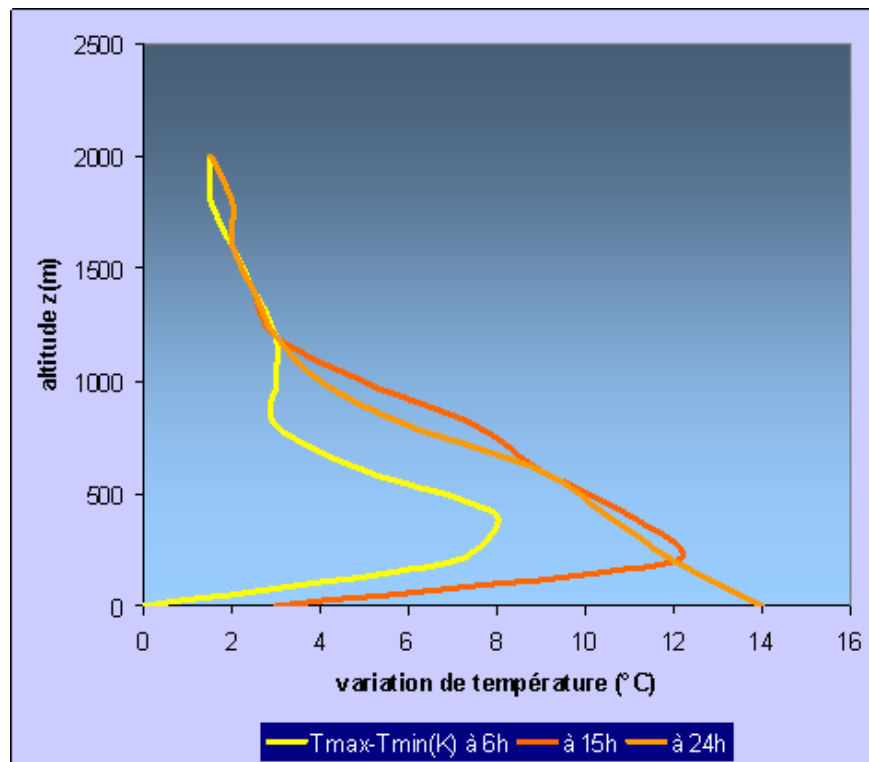


Figure 8 – variation du profil de température de la couche-limite atmosphérique en une journée

Selon l'importance des phénomènes turbulents dans la CLA, on distingue pour celle-ci trois états dynamiques principaux : un état neutre, un état instable et un état stable. Pour chacun de ces états, différents types de couches composent la CLA. Ainsi, nous avons :

□ **Couche-limite atmosphérique dans l'état neutre (figure 9):**

La CLA est constituée de deux couches superposées : la **couche-limite de surface** (CLS) et la **couche d'Ekman**. La CLS est au contact de la surface terrestre : elle est caractérisée par le fait que les forces de pression et de Coriolis y sont très faibles, négligeables, devant les forces de frottement du vent à la surface. Dans la CLS le vent conserve donc une direction moyenne constante et le module de sa vitesse varie avec l'altitude selon une loi logarithmique :

$$V(z) = C \ln(z/z_0)$$

z_0 étant l'épaisseur rugueuse, où par définition la vitesse moyenne du vent est nulle. L'épaisseur de la CLS est quelques dizaines de mètres. Entre elle et l'atmosphère libre, se trouve la couche d'Ekman où le vent change d'orientation, selon une spirale (la spirale d'Ekman), jusqu'à rejoindre le comportement géostrophique à l'interface de l'atmosphère libre.

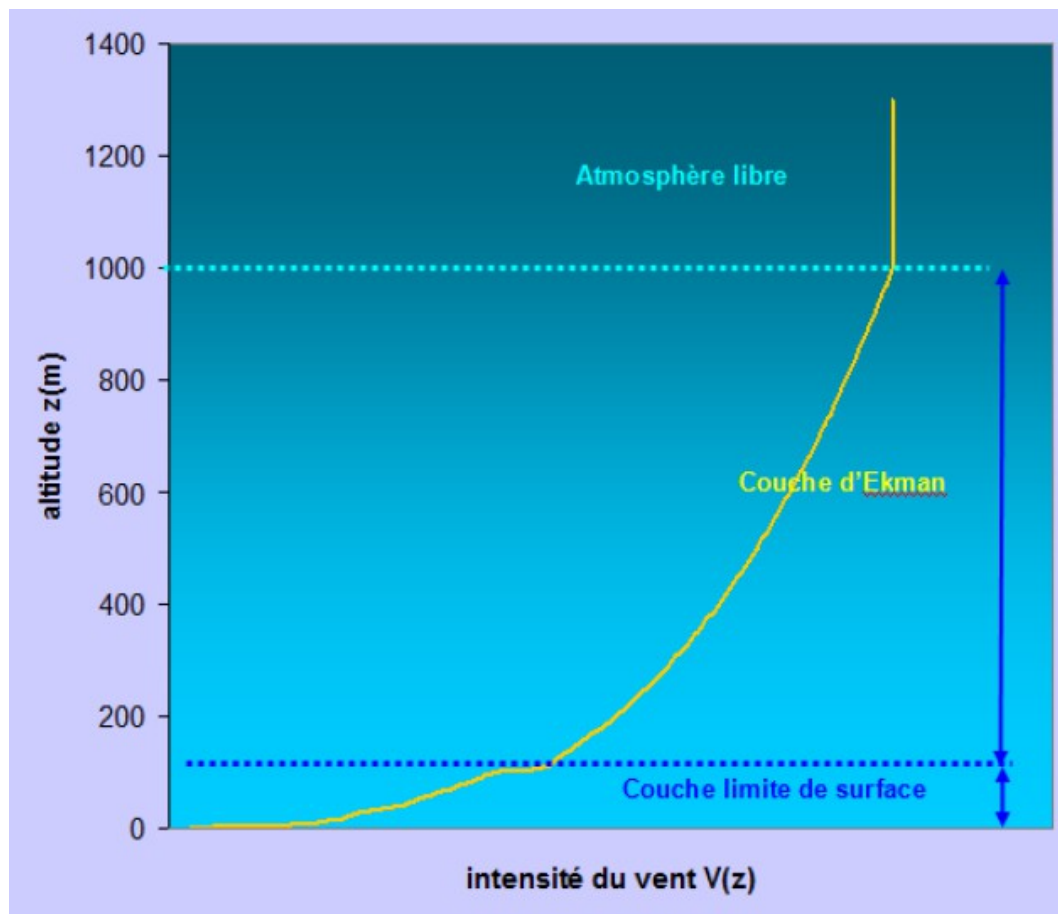


Figure 9 - CLA neutre

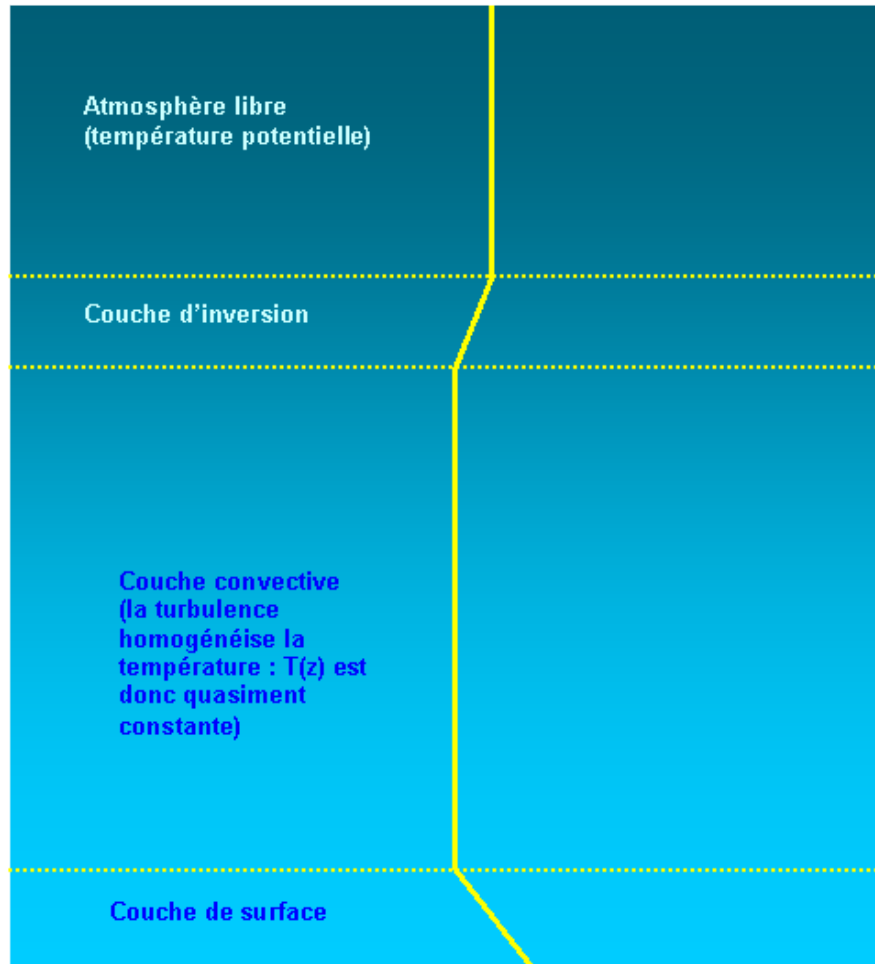
□ **Couche-limite atmosphérique dans l'état instable (figure 10):**

Lorsqu'au voisinage de la surface terrestre la température décroît avec l'altitude il y a un flux turbulent de chaleur de la surface vers l'air, à cause de la flottabilité positive des parcelles d'air. La partie de la CLA où ce processus se déroule est la **couche de surface**.

Au-dessus de la couche de surface, dans ce qu'on appelle la **couche convective**, la turbulence est intense et a pour effet d'assurer un brassage des parcelles d'air : cela conduit à des grandeurs thermodynamiques homogénéisées (température potentielle, champ de vitesse du vent, humidité pratiquement constants avec l'altitude).

Au-delà de la couche convective la température croît avec l'altitude pour rejoindre le profil de température potentielle de l'atmosphère libre : on obtient une configuration d'inversion (**couche d'inversion**) qui a pour effet d'empêcher tout mouvement ascendant de l'air de la CLA qui ne peut donc pas rejoindre l'atmosphère libre.

z



T(z)

Figure 10 – CLA instable

□ **Couche-limite atmosphérique dans l'état stable (figure 11):**

Lorsque la température de la surface est plus petite que la température de l'air situé en altitude, on est en situation d'inversion, comme on l'a déjà vu plus haut. La turbulence est très faiblement intense près de la surface parce que le flux de chaleur est dirigé vers la surface depuis la couche supérieure plus chaude, ce qui a pour effet de stabiliser les mouvements verticaux de l'air. Conséquence : l'absence de brassage de l'air entre la couche près du sol et les couches supérieures entraîne une stagnation des polluants au voisinage de la surface.

Dans cette configuration de la CLA, apparaissent donc trois couches : la **couche de surface** où la turbulence est très faible, la **couche d'inversion**, de température supérieure à celle de la couche de surface et où la turbulence est plus intense, et la **couche non turbulente** où le profil de température rejoint la température potentielle constante et où les vents sont géostrophiques. La couche d'inversion est le siège de vents importants, plus intenses que les vents géostrophiques, par suite de la turbulence : ces vents s'appellent les **jets de basses couches**.

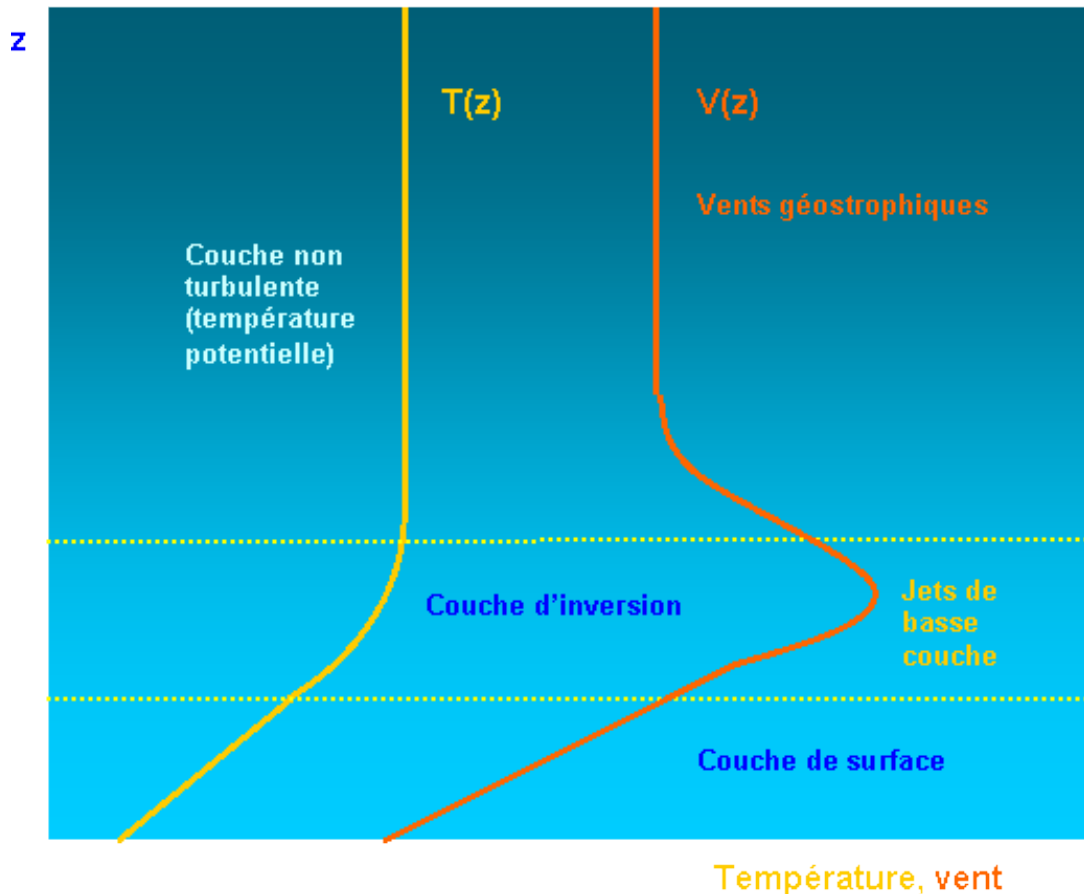


Figure 11 – CLA stable

Nous développons ces situations dans les paragraphes suivants.

3-2 - Hypothèse de Boussinesq

Si l'on cherche à modéliser l'écoulement dans la CLA, dont le moteur est principalement le gradient de densité de l'atmosphère et l'écart entre les densités de l'atmosphère et des parcelles d'air qui s'y déplacent, il nous faut connaître comment varie la densité de l'air avec la température, ou avec l'altitude, chaque fois qu'elle intervient dans les équations du mouvement. Cette variation de la densité de l'air fait l'objet de l'hypothèse de Boussinesq qui présente l'intérêt de simplifier les modèles de manière cohérente avec les observations.

En effet, l'observation montre que la densité de l'air dans la CLA est pratiquement uniforme. Cependant, la flottabilité des parcelles d'air, en tant que moteur de leurs mouvements, nécessite de considérer le gradient vertical de densité puisque c'est lui qui intervient sur la flottabilité par l'action de la pesanteur terrestre. Ceci conduit à admettre que les seuls termes où la densité varie avec l'altitude sont ceux qui font intervenir la gravité dans les équations du mouvement. Ainsi :

Hypothèse de Boussinesq : dans la CLA, la densité de l'air est uniforme sauf pour les termes de gravité qui interviennent dans le modèle dynamique de la CLA.

Voyons les conséquences de l'hypothèse de Boussinesq sur les équations décrivant l'état d'une parcelle d'air compte tenu des perturbations turbulentes. L'état de la parcelle d'air est défini par son champ de vitesse $\mathbf{V}$, et ses écarts de température δT , de pression δP et de masse volumique $\delta \rho$ par rapport à un état de référence de l'air environnant supposé être en équilibre hydrostatique, défini par :

- Air au repos : vitesse $\mathbf{V}_R$, nulle par définition : $\mathbf{V}_R = 0$

- la pression de référence P_R et la masse volumique de référence ρ_R sont reliées, dans l'hypothèse hydrostatique, par : $\partial P_R / \partial z = -\rho_R g$
- la température T_R supposée évoluer selon le gradient adiabatique de l'air sec :
 $\Gamma_{\text{sec}} = \partial T_R / \partial z = -g/c_p$
- les grandeurs thermodynamiques précédentes sont en outre reliées par l'équation des gaz parfaits : $P_R/\rho_R = (R/M)T_R$, où R est la constante des gaz parfaits et M la masse molaire de l'air.

L'état de référence est donc décrit par les trois inconnues (T_R , P_R , ρ_R) déterminées par trois équations : il est donc complètement défini pour chaque altitude z dont dépendent ces grandeurs. Comme on l'a vu, l'écart de la masse volumique détermine sa flottabilité dans l'atmosphère environnante : $\delta\rho g$ qui est la force extérieure qui intervient dans les équations de Navier-Stokes, conformément à l'hypothèse de Boussinesq.

Dans la CLA, l'état dynamique des parcelles d'air est décrit comme un état moyen perturbé par des fluctuations turbulentes, dont les grandeurs sont notées avec des primes (a'), et les grandeurs (a) décrivant l'état dynamique sont la somme de la grandeur moyenne $\langle a \rangle$ et de la grandeur fluctuante (a') :

$$a = \langle a \rangle + a' \quad (35)$$

où l'on suppose que les fluctuations sont petites devant les grandeurs de référence $a' \ll a$. La moyenne statistique de la grandeur est identifiée à la grandeur de référence, de sorte que l'on a :

$$\langle a \rangle = \langle \langle a \rangle + a' \rangle \text{ donc : } \langle a' \rangle = 0 \quad (36)$$

L'état dynamique et thermodynamique de l'air dans la CLA satisfait les équations de Navier-Stokes (5) réécrites avec la décomposition (35). Si en outre les variables sont réécrites sans dimensions, c'est-à-dire ramenées à des échelles caractéristiques de longueur L , et de vitesse V_0 , il apparaît « naturellement » un nombre sans dimension qui donne, en ordre de grandeur, le rapport entre les effets des forces d'inertie et des forces de viscosité ; c'est le **nombre de Reynolds** :

$$Re = V_0 L / \nu, \text{ où } \nu \text{ est la viscosité cinématique de l'air aux conditions standard}$$

(voir l'article « [vase de Mariotte](#) » pour l'introduction du nombre de Reynolds). Des valeurs du nombre de Reynolds dépendent les conditions d'apparition de la turbulence pour certaines échelles d'écoulement. Plus précisément, la théorie des **cascades d'énergie de Kolmogorov** montre que la turbulence est développée sur des échelles allant des petites longueurs caractéristiques ℓ aux plus grandes L telles que :

$$L/\ell \sim Re^{3/4} \quad (37)$$

La relation (37) montre que pour de petits nombres de Reynolds, les échelles sont très rapprochées et que l'état du fluide peut être représenté avec une assez bonne précision pour une seule échelle caractéristique. En revanche pour de grands Re , cela n'est plus possible : l'état du fluide doit être décrit sur des échelles très différentes, par conséquent la résolution des équations de Navier-Stokes ne peut pas être faite pour l'ensemble des échelles. On peut alors seulement représenter l'état du fluide par des moyennes sur les grandeurs compte tenu de leur décomposition (35) et de (36). Pour la CLA, on est dans cette situation puisque la plus grande échelle L est de l'ordre de l'épaisseur de la CLA (1000 mètres), et la plus petite échelle ℓ de l'ordre du centimètre, soit des nombres de Reynolds de l'ordre de 5000 à 6000.

Pour la CLA, il s'agit donc d'écrire les équations de Navier-Stokes (5) avec la décomposition (35), puis de les moyenner en tenant compte de (36). Mais les équations de Navier-Stokes sont

non linéaires à cause des termes d'advection **V.grad**. Il apparaîtra alors dans les moyennes des termes quadratiques sur les fluctuations (ou corrélations), c'est-à-dire de la forme $\langle a'b' \rangle$, puisque :

$$\langle ab \rangle = \langle (\langle a \rangle + a')(\langle b \rangle + b') \rangle = \langle \langle a \rangle \langle b \rangle + \langle a \rangle b' + a' \langle b \rangle + a'b' \rangle = \langle a \rangle \langle b \rangle + \langle a'b' \rangle \quad (38)$$

L'application de cette procédure aux équations du mouvement, ou **méthode de Reynolds** (*RANS : Reynolds Averaged Navier Stokes*), montre que, à cause des termes de corrélation $\langle a'b' \rangle$, il y a plus d'inconnues que d'équations : pour déterminer complètement l'état moyen du fluide il faut donc exprimer ces termes de corrélation en fonction de grandeurs moyennes (c'est fermer le problème).

On réécrit alors, avec cette procédure RANS, les équations de Navier-Stokes (5), en utilisant l'hypothèse de Boussinesq ainsi que des règles de calcul sur les grandeurs moyennes. Voici les étapes :

- Equations de Navier-Stokes. Elles énoncent que le taux de variation de la quantité de mouvement du fluide est égal à la contribution de plusieurs forces : force hydrostatique de pression – **grad** P, force de frottement visqueux $\mu \Delta \mathbf{V}$, force extérieure de gravité due à la différence de densité entre la parcelle d'air et l'air ambiant (flottabilité) – $\delta \rho \mathbf{g}$ (hypothèse de Boussinesq), et force d'inertie de Coriolis $\mathbf{F}_C$:

$$\rho(\partial \mathbf{V} / \partial t + \mathbf{V} \cdot \text{grad } \mathbf{V}) = - \text{grad } \delta P + \mu \Delta \mathbf{V} - \delta \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_C \quad (39)$$

- Equation de continuité. Elle énonce la conservation de la masse d'une parcelle de fluide incompressible au cours de son écoulement :

$$\text{div } \mathbf{V} = 0 \quad (40)$$

La décomposition (35) pour la vitesse conduit à : $\text{div} (\langle \mathbf{V} \rangle + \mathbf{V}') = \text{div} \langle \mathbf{V} \rangle + \text{div } \mathbf{V}' = 0$. Mais le champ de vitesse moyenne vérifie l'équation de continuité : $\text{div} \langle \mathbf{V} \rangle = 0$, il en résulte que pour les fluctuations de vitesse :

$$\text{div } \mathbf{V}' = 0 \quad (40 \text{ bis})$$

- Equation de l'énergie thermique. Elle énonce que le taux de variation de la quantité de chaleur est égal aux échanges de chaleur avec l'extérieur Q, et à la diffusion par conduction thermique $k \Delta \delta T$ (où k conductivité thermique du fluide) :

$$\rho c_p (\partial \delta T / \partial t + \mathbf{V} \cdot \text{grad } \delta T) = Q + k \Delta \delta T \quad (41)$$

- Règles de commutation des opérateurs différentiels avec l'opérateur moyenne. On aura besoin des règles suivantes :

$$\langle \partial a / \partial t \rangle = \partial \langle a \rangle / \partial t \quad (42a)$$

$$\text{grad } \langle a \rangle = \langle \text{grad } a \rangle \quad (42b)$$

$$\langle \text{div } \mathbf{a} \rangle = \text{div } \langle \mathbf{a} \rangle \quad (42c)$$

- On moyenne les équations (39) et (41):

$$\rho(\partial \langle \mathbf{V} \rangle / \partial t + \langle \mathbf{V} \cdot \text{grad } \mathbf{V} \rangle) = - \text{grad } \langle \delta P \rangle + \mu \Delta \langle \mathbf{V} \rangle - \langle \delta \rho \rangle \mathbf{g} + \langle \mathbf{F}_C \rangle \quad (39\text{bis})$$

$$\rho c_p (\partial \langle \delta T \rangle / \partial t + \langle \mathbf{V} \cdot \text{grad } \delta T \rangle) = \langle Q \rangle + k \Delta \langle \delta T \rangle \quad (41\text{bis})$$

En appliquant (38) et (42b), on a : $\langle \mathbf{V} \cdot \text{grad } \mathbf{V} \rangle = \langle \mathbf{V} \rangle \cdot \text{grad } \langle \mathbf{V} \rangle + \langle \mathbf{V}' \cdot \text{grad } \mathbf{V}' \rangle$. Ecrivons les coordonnées (j) du vecteur $\langle \mathbf{V}' \cdot \text{grad } \mathbf{V}' \rangle$:

$$\langle \mathbf{V}' \cdot \text{grad } \mathbf{V}' \rangle_j = \langle V'_k \partial V'_j / \partial x_k \rangle = \langle \partial (V'_k V'_j) / \partial x_k \rangle - V'_j \partial V'_k / \partial x_k = \langle \text{div } (V'_j \mathbf{V}') \rangle - \langle V'_j \text{div } \mathbf{V}' \rangle = \text{div} \langle V'_j \mathbf{V}' \rangle \quad (43)$$

à cause de (40 bis) et (42c), et où l'on a appliqué la convention d'Einstein sur la sommation des indices qui se répètent. De même :

$$\langle \mathbf{V} \cdot \text{grad } \delta T \rangle = \langle \mathbf{V} \rangle \cdot \text{grad } \langle \delta T \rangle + \langle \mathbf{V}' \cdot \text{grad } \delta T' \rangle \quad \text{avec : } \langle \mathbf{V}' \cdot \text{grad } \delta T' \rangle = \text{div} \langle \mathbf{V}' \delta T' \rangle \quad (44)$$

En remplaçant (43) et (44) dans (39bis) et (41bis), on obtient :

$$\rho (\partial \langle V_j \rangle / \partial t + \langle \mathbf{V} \rangle \cdot \text{grad } \langle V_j \rangle) = - \partial \langle \delta P \rangle / \partial x_j + \mu \Delta \langle V_j \rangle - \langle \delta \rho \rangle g_j + \langle F_{Cj} \rangle - \text{div} \langle V'_j \mathbf{V}' \rangle \quad (45a)$$

$$\rho c_p (\partial \langle \delta T \rangle / \partial t + \langle \mathbf{V} \rangle \cdot \text{grad } \langle \delta T \rangle) = \langle Q \rangle + k \Delta \langle \delta T \rangle - \text{div} \langle \mathbf{V}' \delta T' \rangle \quad (45b)$$

(45a) forment les **équations de Reynolds**. Ces équations (45) montrent que, en présence de turbulence, le mouvement moyen se comporte comme l'écoulement de grandeurs moyennes, avec un terme d'advection moyenne $\langle \mathbf{V} \rangle \cdot \text{grad } \langle . \rangle$, auquel s'ajoutent des termes de divergence des flux turbulents qui font intervenir les corrélations entre les fluctuations de vitesse et celles de la grandeur transportée : $\langle V'_j \mathbf{V}' \rangle$ (flux dynamique turbulent, ou **tension de Reynolds**) et $\langle \mathbf{V}' \delta T' \rangle$ (flux thermique turbulent).

- Par ailleurs, comme la variation isobare de la masse volumique avec la température est : $\rho(T) = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0))$, l'écart de la masse volumique entre la parcelle d'air et l'atmosphère ambiante est $\delta \rho = - \rho_0 \alpha \delta T$, il s'ensuit que $\langle \delta \rho \rangle = - \rho_0 \alpha \langle \delta T \rangle$. Pour un gaz parfait, le coefficient d'expansion est $\alpha = 1/T_0$. En définitive, les équations de Navier-Stokes et d'énergie moyennées pour les mouvements turbulents d'une parcelle d'air s'écrivent, sur les coordonnées $j = x, y, z$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \delta P \rangle}{\partial x} + \nu \Delta \langle u \rangle + \langle F_{Ox} \rangle - \text{div} \langle u' \mathbf{V}' \rangle \\ \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \delta P \rangle}{\partial y} + \nu \Delta \langle v \rangle + \langle F_{Oy} \rangle - \text{div} \langle v' \mathbf{V}' \rangle \\ \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \delta P \rangle}{\partial z} + \nu \Delta \langle w \rangle + \frac{\langle \delta T \rangle}{T_0} g + \langle F_{Oz} \rangle - \text{div} \langle w' \mathbf{V}' \rangle \\ \frac{\partial \langle \delta T \rangle}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial \langle \delta T \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle \delta T \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle \delta T \rangle}{\partial z} &= \frac{Q}{\rho c_p} + k \Delta \langle \delta T \rangle + \langle F_{Oy} \rangle - \text{div} \langle \delta T' \mathbf{V}' \rangle \end{aligned} \quad (46)$$

- Comme on l'a déjà dit, les flux turbulents moyens de vitesse et de température, que mettent en jeu les équations (46), doivent faire l'objet d'une relation de fermeture qui les relie à des grandeurs moyennes, afin que le problème ait autant d'équations que d'inconnues, et donc puisse être résolu. On s'intéresse en particulier aux flux verticaux (suivant Oz) : $\langle w' \mathbf{V}' \rangle$ et $\langle w' \delta T' \rangle$ qui conditionnent les mouvements verticaux de la parcelle d'air. Il existe différentes manières de choisir les relations de fermeture. Dans la « théorie K » de la turbulence, la plus classique, on pose que les flux moyens turbulents peuvent être assimilés aux gradients des valeurs moyennes véhiculées dans ces flux, ceci par analogie avec ce qui se passe pour les phénomènes de diffusion classique, en

approximation linéaire : le flux d'une grandeur « a » est, au premier ordre, proportionnel à son gradient (par exemple : loi de Fourier pour la conduction thermique, loi de Fick pour la diffusion d'espèces chimiques dans un mélange, etc.). Ainsi on pose :

$$\langle w'a' \rangle = -\chi_{a,z} \frac{\partial \langle a \rangle}{\partial z}$$

Ce qui donne pour les deux flux verticaux précédents :

$$\left. \begin{aligned} \langle w'V' \rangle &= -\chi_m \frac{\partial \langle V \rangle}{\partial z} \\ \langle w'\delta T' \rangle &= -\chi_m \frac{\partial \langle \delta T \rangle}{\partial z} \end{aligned} \right| \quad (47)$$

Les coefficients χ_m et χ_h , généralement positifs, dépendent du temps et de l'altitude, et sont respectivement appelés viscosité dynamique turbulente et coefficient d'échange turbulent de chaleur. On peut exprimer (47) en disant que le flux moyen turbulent de chaleur $\langle w'\delta T' \rangle$ est positif si les fluctuations de vitesse verticale w' transportent soit de l'air chaud vers le haut, soit de l'air froid vers le bas, et négatif dans le cas contraire (figure 12).

Il en découle que le bilan thermique suivant la verticale de part et d'autre d'une parcelle d'air est la quantité $\partial \langle w'\delta T' \rangle / \partial z$: ce bilan est positif dans les deux cas suivants :

- soit les fluctuations de vitesse transportent vers le haut une quantité de chaleur plus importante au-dessus de la parcelle qu'au-dessous ;
- soit les fluctuations de vitesse transportent vers le bas une quantité de chaleur moins importante au-dessus de la parcelle qu'au-dessous.

Dans les deux cas la parcelle d'air perd de la température $\delta T'$ plus vers le haut que vers le bas, par conséquent celle-ci diminue avec l'altitude z (gradient $\partial \langle \delta T' \rangle / \partial z < 0$).

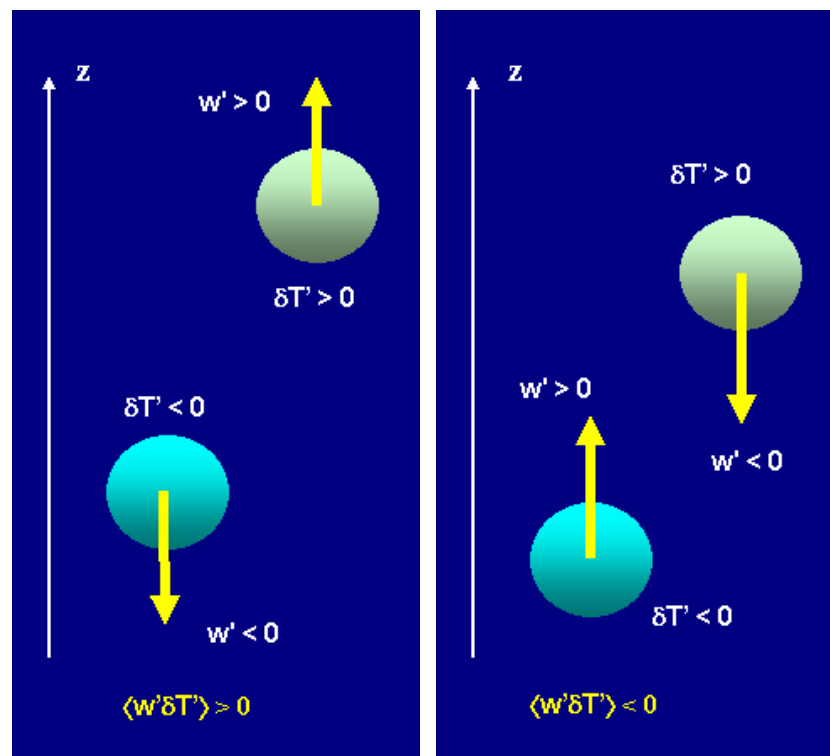


Figure 12 – flux moyen turbulent de température potentielle d'une parcelle d'air et conditions de son déplacement vertical : à gauche, flux positif, à droite, flux négatif

3-3 - Couche d'Ekman

Nous avons vu que, pour une couche limite atmosphérique à l'état neutre, il existe une couche intermédiaire, comprise entre la couche limite de surface et l'atmosphère libre, appelée **couche d'Ekman**. Dans la couche d'Ekman le vent évolue entre un régime dominé par les frottements de viscosité, près de la CLS, et un régime de vent géostrophique, près de l'atmosphère libre. Le long de l'épaisseur de la couche d'Ekman l'écoulement de l'air subit donc une rotation qui le fera passer d'un mouvement directionnel à celui où les forces de Coriolis deviennent dominantes.

On s'intéresse donc à une couche pour laquelle nous avons :

- la flottabilité neutre, c'est-à-dire la vitesse moyenne verticale est nulle : $\langle w \rangle = 0$. Donc seules subsistent les composantes horizontales de la vitesse moyenne, laquelle dépend de l'altitude z : $\langle u \rangle$ et $\langle v \rangle$
- la couche limite est adiabatique, par conséquent la variation de la température moyenne est nulle : $\langle \delta T \rangle = 0$

Les équations (46) deviennent alors, pour l'équilibre stationnaire ($\partial/\partial t = 0$) :

$$0 = -1/\rho \cdot \partial \langle \delta P \rangle / \partial x + \nu \partial^2 \langle u \rangle / \partial z^2 + \langle F_{cx} \rangle - \text{div} \langle u' \mathbf{V}' \rangle \quad (47a)$$

$$0 = -1/\rho \cdot \partial \langle \delta P \rangle / \partial y + \nu \partial^2 \langle v \rangle / \partial z^2 + \langle F_{cy} \rangle - \text{div} \langle v' \mathbf{V}' \rangle \quad (47b)$$

$$0 = -1/\rho \cdot \partial \langle \delta P \rangle / \partial z \quad (47c)$$

La théorie K permet décrire les divergences du flux turbulent : $\text{div} \langle u' \mathbf{V}' \rangle = -\chi_m \partial^2 \langle u \rangle / \partial z^2$ et $\text{div} \langle v' \mathbf{V}' \rangle = -\chi_m \partial^2 \langle v \rangle / \partial z^2$.

Par ailleurs, la dernière équation (47c) montre que la pression est indépendante de l'altitude dans la couche d'Ekman. A la frontière de l'atmosphère libre les effets de viscosité sont nuls (nombre d'Ekman et viscosité dynamique turbulente égaux à 0, donc les gradients horizontaux de pression équilibrent les effets de la force de Coriolis (condition géostrophique). Or les composantes de la force de Coriolis sont : $\langle F_{cx} \rangle = f \langle v \rangle$ suivant Ox et $\langle F_{cy} \rangle = -f \langle u \rangle$ suivant Oy, où f est le paramètre de Coriolis ($f = 2\Omega_0 \sin \phi$). Les composantes du vent géostrophique sont donc (cf. équation (15)) :

$$\left. \begin{aligned} \langle u_g \rangle &= -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial \langle \delta P \rangle}{\partial y} \\ \langle v_g \rangle &= \frac{1}{\rho f} \frac{\partial \langle \delta P \rangle}{\partial x} \end{aligned} \right| \quad (48)$$

et sont supposées constantes. En outre, pour simplifier l'écriture, on choisit l'axe Ox aligné sur la direction du vent géostrophique, donc on pose : $\langle v_g \rangle = 0$. Enfin, dans la couche d'Ekman, étant loin du sol, les effets de viscosité sont négligeables devant ceux de la force de Coriolis (donc on néglige les termes en ν). Les équations (47a) et (47b) deviennent alors :

$$\begin{aligned} f \langle v \rangle + \chi_m \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial z^2} &= 0 \\ f (\langle u_g \rangle - \langle u \rangle) + \chi_m \frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned}$$

avec comme conditions aux limites l'adhérence à la surface du sol : $\langle u \rangle = \langle v \rangle = 0$ en $z = 0$. La

solution donne les composantes de la vitesse moyenne dans la couche d'Ekman (exercice !) :

$$\left. \begin{aligned} \langle u(z) \rangle &= \langle u_g \rangle (1 - \cos \gamma z \cdot \exp(-\gamma z)) \\ \langle v(z) \rangle &= \langle u_g \rangle \sin \gamma z \cdot \exp(-\gamma z) \end{aligned} \right| \quad (49)$$

$$\text{avec: } \gamma = \sqrt{\frac{f}{2\chi_m}} \quad (50)$$

L'épaisseur de la couche d'Ekman correspond à l'altitude H où la vitesse est alignée avec celle du vent géostrophique, donc lorsque $\gamma H = \pi$, soit :

$$H = \pi \sqrt{\frac{2\chi_m}{f}} \quad (51)$$

Pour une CLA en configuration neutre, l'épaisseur totale est donc la somme de l'épaisseur de la CLS et de H. La relation (51) montre que la couche d'Ekman:

- est plus épaisse aux basses latitudes (f petit) ;
- est d'autant plus épaisse que les effets de surface sont importants (viscosité turbulente élevée χ_m)

Application numérique : $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ pour une latitude moyenne 45° , χ_m de l'ordre de $10 \text{ m}^2/\text{s}$, d'où $H = 1,4 \text{ km}$ valeur cohérente avec l'épaisseur moyenne de la CLA.

Le calcul à l'aide de (49) montre que le vecteur vitesse, dans le plan horizontal Oxy, a une orientation et une amplitude qui change avec l'altitude z en suivant une spirale : la spirale d'Ekman (figure 13).

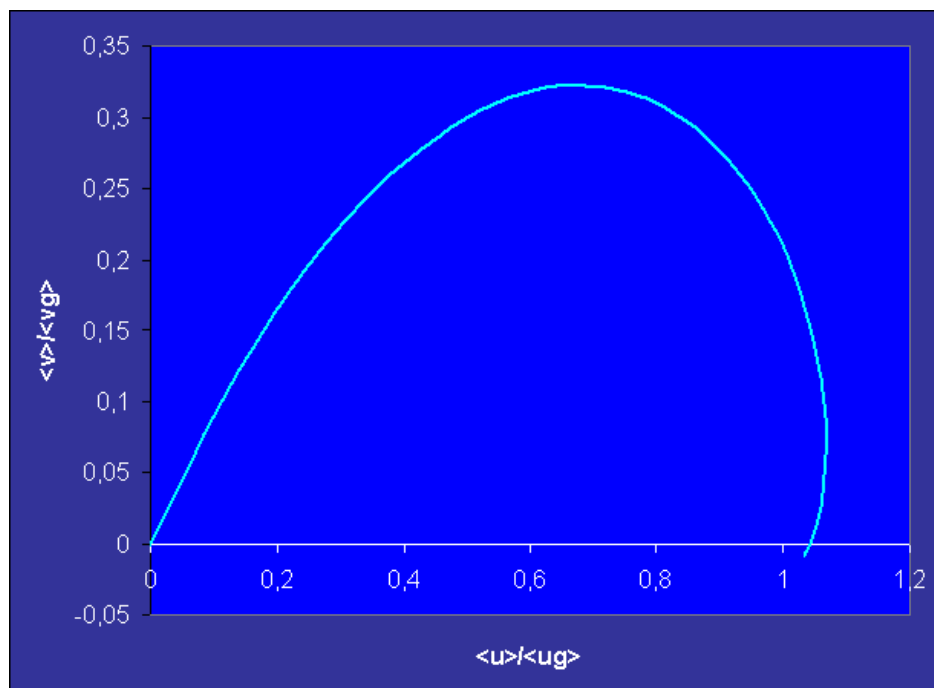


Figure 13 – hodographe du vecteur vent dans le plan horizontal Oxy en fonction de l'altitude z (spirale d'Ekman) – Paramètres : $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (latitude 45°), $K_m = 10 \text{ m}^2/\text{s}$

La figure 13 montre que le vecteur vitesse du vent moyen, nul à la surface ($z = 0$), tourne dans le sens des aiguilles d'une montre au fur et à mesure que l'altitude augmente, jusqu'à atteindre

le vent géostrophique de l'atmosphère libre à l'altitude H . Physiquement, cette variation est due au fait que, dans la couche d'Ekman, les forces de frottement, issues des effets de surface, freinent les parcelles d'air dans leurs mouvements. Il s'ensuit que les forces auxquelles ces parcelles sont soumises, à savoir la force de pression et la force de Coriolis, ne s'équilibrent pas. L'équilibre met en jeu, non pas ces deux forces mais les trois forces, la troisième étant la force de frottement : pour cette raison, une composante non nulle du vent apparaît dans la direction du gradient de pression. En particulier, dans une zone de haute pression (gradient positif) le vent dans la CLA s'écoule dans le sens d'une divergence de masse d'air des hautes pressions vers les basses pressions. Pour les mêmes raisons, à l'inverse, dans une zone de basse pression (gradient négatif) le vent dans la CLA s'écoule dans le sens d'une convergence de masse d'air.

Ces écoulements de divergence ou de convergence impliquent l'existence d'une composante verticale du vent : descendante dans le cas d'une divergence (en haute pression), on parle alors de **downwelling**, et ascendante dans le cas d'une convergence (en basse pression), on parle alors d'**upwelling**. Par continuité, les mouvements ascendants au-dessus d'une zone de basse pression induisent une divergence horizontale dans l'atmosphère libre. De même, les mouvements descendants au-dessus d'une zone de haute pression induisent une convergence horizontale dans l'atmosphère libre.

Ces mouvements verticaux sont responsables de flux d'air, de chaleur, d'humidité, ou d'espèces chimiques, entre le sol et le sommet de la CLA, et permettent donc des échanges et un brassage de ces quantités entre ces couches (« **pompage** » de couche limite).

Dans les zones de basse pression (dépressions), les flux ascendants (upwelling) produisent le refroidissement et un gain d'humidité de l'atmosphère libre, et donc favorisent les nuages. Dans les zones de haute pression (anticyclones), les flux descendants (downwelling) produisent le réchauffement et l'assèchement de l'atmosphère libre (figure 14).

On voit ainsi l'importance du rôle joué par la couche limite atmosphérique à l'état neutre (couche d'Ekman) sur la météorologie.

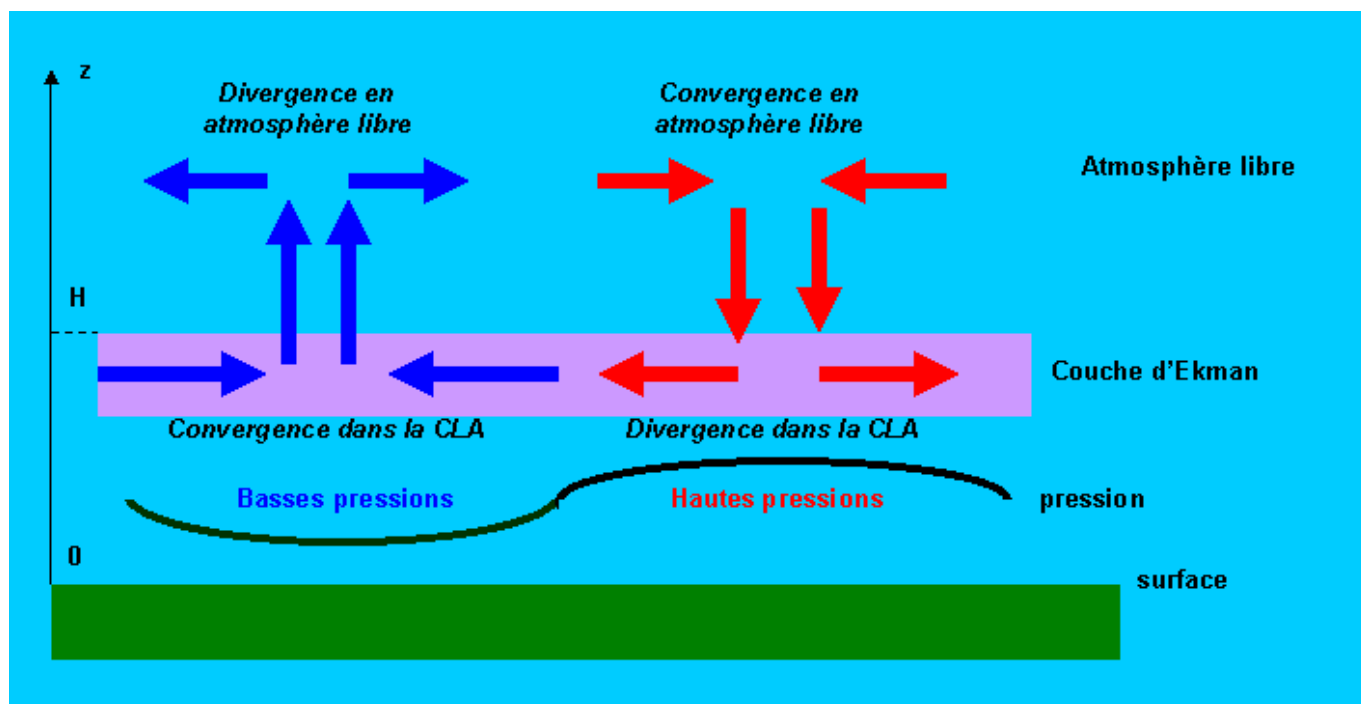


Figure 14 – circulations verticales et horizontales autour des zones de haute et de basse pression dans la couche d'Ekman

Une situation analogue existe pour les couches océaniques superficielles, où se développent, sur une couche appelée également couche d'Ekman, des courants de surface induits par la force du vent à l'interface océan-atmosphère, qui suivent une évolution selon la spirale d'Ekman. Des phénomènes d'upwelling et de downwelling sont alors induits, qui permettent des

échanges thermiques, chimiques et biologiques entre les couches inférieures de l'océan et la surface (cf. article « [réchauffement climatique](#) »). Historiquement, le phénomène de la spirale d'Ekman a été découvert et expliqué pour la circulation océanique, et non celle de l'atmosphère.

3-4 - Jets de basse couche de la CLA dans l'état stable

Nous avons vu que, pour une CLA à l'état stable, en présence d'inversion, il existe une zone de jets de basse couche où les vents sont largement plus intenses que les vents géostrophiques qu'ils rejoignent à l'altitude qui fixe la limite supérieure de cette zone. Les phénomènes d'inversion ayant surtout lieu la nuit, ces jets de basse couche sont principalement des vents nocturnes.

On fait alors l'hypothèse suivante :

- (a) pendant le jour, les vents de la CLA sont décrits par la spirale d'Ekman d'équation (49)
- (b) pendant la nuit, du fait de la stabilité par inversion, les effets de la turbulence sont négligeables, donc les flux (47) sont supposés nuls
- (c) pendant la nuit, en revanche, les vents ne sont plus stationnaires (ils évoluent avec le temps) : en effet, en l'absence de flux turbulents, il reste la force de Coriolis et la force de pression, mais celles-ci ne peuvent pas être en équilibre, et donc le vent ne peut pas être stationnaire, car nous ne sommes pas en atmosphère libre (les vents ne sont pas géostrophiques)
- (d) au début de la nuit, à l'instant initial $t = 0$, le vent instationnaire est encore égal au vent d'Ekman développé dans la journée, mais va ensuite évoluer au cours du temps.

On repart donc des équations (47) mais on prend en compte la variation avec le temps ($\partial\langle u \rangle / \partial t$ et $\partial\langle v \rangle / \partial t$ non nuls) conformément à l'hypothèse (c), et on néglige les flux turbulents conformément à l'hypothèse (b). Les équations (47) deviennent alors :

$$\partial\langle u \rangle / \partial t = f\langle v \rangle \quad (52a)$$

$$\partial\langle v \rangle / \partial t = f(\langle u_g \rangle - \langle u \rangle) \quad (52b)$$

où l'on a utilisé (48). D'après l'hypothèse (d) l'état initial du vent est celui donné par (49) :

$$t = 0 \rightarrow \langle u(0) \rangle = \langle u_g \rangle (1 - \cos \gamma z \cdot \exp(-\gamma z)) \text{ et } \langle v(0) \rangle = \langle u_g \rangle \sin \gamma z \cdot \exp(-\gamma z) \quad (53)$$

En dérivant (52a) par rapport au temps et en remplaçant $\partial\langle v \rangle / \partial t$ par l'expression (52b), les équations (52) se transforment en deux équations harmoniques :

$$\partial^2 \langle u \rangle / \partial t^2 + f^2 \langle u \rangle = f^2 \langle u_g \rangle$$

$$\partial^2 \langle v \rangle / \partial t^2 + f^2 \langle v \rangle = 0$$

qui s'intègrent directement, compte tenu de (53) en :

$$\left. \begin{aligned} \langle u(t) \rangle &= \langle u_g \rangle (1 - \exp(-\gamma z) \cos(f t + \gamma z)) \\ \langle v(t) \rangle &= \langle u_g \rangle \exp(-\gamma z) \sin(f t + \gamma z) \end{aligned} \right| \quad (54)$$

Il s'agit donc d'un vent résultant d'oscillations inertielles à la fréquence f (paramètre de Coriolis), donc de période $T = 2\pi/f \sim 17$ heures. Selon la valeur de f (donc de la latitude) et l'époque dans la nuit, le terme $\cos(f.t + \gamma z)$ peut devenir négatif et donc on peut avoir $\langle u \rangle > \langle u_g \rangle$. Autrement dit,

dans la direction de l'axe du vent géostrophique, il peut se développer dans la CLA durant la nuit un vent d'intensité supérieure à celle du vent géostrophique (vent supergéostrophique).

Exemple numérique : avec $f \sim 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, et une altitude de l'ordre de l'épaisseur d'Ekman, $\gamma z \sim 1$, la condition précédente $\langle u \rangle > \langle u_g \rangle$ donne :

$10^4(\pi/2 - 1/e) < t < 10^4(3\pi/2 - 1/e)$, soit : $12029 \text{ s} < t < 27737 \text{ s}$, c'est-à-dire : entre pratiquement 3 heures et 8 heures après le début du régime d'inversion (début de la nuit), le vent supergéostrophique peut se développer dans la CLA.

3-5 - Couche de surface

La couche limite de surface est la zone de la CLA qui se trouve au contact de la surface terrestre. Les flux dynamiques y varient donc de manière significative puisqu'ils passent de la valeur zéro au sol à la valeur donnée par (47) pour la couche d'Ekman. Cette variation importante doit donc être prise en compte pour modéliser correctement le champ de vitesse moyenne de l'air au-dessus du sol.

On est amené alors à considérer que le gradient de vitesse moyenne du vent est directement proportionnel aux forces de friction près de la surface. Or celles-ci, par analogie avec les phénomènes de résistance des fluides, est proportionnelle au carré d'une vitesse de friction u^* suivant l'horizontale. Reste à définir cette vitesse de friction.

Si l'on part du principe, étayé par les observations, qu'une surface rugueuse engendre la turbulence, autrement dit qu'une fluctuation importante de la vitesse horizontale u' engendre une fluctuation de la vitesse verticale w' , alors on pose que la vitesse de friction est donnée par la corrélation entre u' et w' :

$$u^{*2} = | \langle u'w' \rangle |$$

L'observation donne comme ordre de grandeur de u^* quelques 10 cm/s. Intuitivement, le gradient vertical de vitesse moyenne est d'autant plus important que la friction est élevée, et que l'on est proche du sol (z petit). L'expérience le confirme, et l'on a bien :

$$d\langle u \rangle / dz = u^* / kz \quad (55)$$

Dans (55) k est une constante expérimentale : **constante de Von Karmàn**, valant 0,35 à 0,4. On obtient immédiatement de (55) le profil logarithmique de la vitesse moyenne horizontale :

$$\langle u(z) \rangle = \frac{u^*}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (56)$$

La relation (56) a déjà été rencontrée pour la CLS à l'état neutre, et introduit la hauteur de rugosité z_0 qui est de l'ordre de quelques mètres.

En résumé, la vitesse moyenne dans la CLS est pilotée par le transport, suivant la verticale, de la quantité de mouvement. Ce transport est assuré par les petits tourbillons turbulents, et il n'est pas influencé par les forces de Coriolis et de pression.

NOTES :

- (1) La chaleur latente de condensation de l'eau est, pour 1 kg d'eau : $L = 2,5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$. Cette chaleur restituée est énorme : si toute la vapeur d'eau se condensait en même temps près de la surface du sol de toute la Terre, la température de l'air près du sol augmenterait de 35°C !

Indications bibliographiques

généralités sur les dynamiques de l'atmosphère :

- ❑ sous la direction de Jean-Yves Daniel : André Brahic, Michel Hoffert, André Schaaf, Marc Tardy : *Sciences de la Terre et de l'univers* – éd ; Vuibert, 2000
- ❑ sous la direction de Robert Delmas, Gérard Mégie, Vincent-Henri Peuch : *Physique et chimie de l'atmosphère* – éd. Belin, 2005
- ❑ Frédéric Élie : [Réchauffement climatique](http://fred.elie.free.fr) – site fred.elie.free.fr

turbulence et couche limite turbulente :

- ❑ Roland Schiestel : *Modélisation et simulation des écoulements turbulents* – Hermès, 1993
- ❑ J. Cousteix : *Turbulence et couche limite* – CEPAD 1989
- ❑ sous la direction de Michel Hug : *Mécanique des fluides appliquée aux problèmes d'aménagement et d'énergétique* – Eyrolles, 1975

couche d'Ekman et phénomènes géostrophiques :

- ❑ Michel Rieutord : *Une introduction à la dynamique des fluides* – Masson, Paris, 1997
- ❑ Etienne Guyon, Jean-Pierre Hulin, Luc Petit : *Hydrodynamique physique* – EDP Sciences, CNRS, 2001